

GEBRA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Juan Carlos Ramos Leyva

FONDO EDITORIAL
ARODO

3

División Algebraica

Divisibilidad Algebraica

Teoría y Práctica

A
L



3

División Algebraica Divisibilidad Algebraica

Teoría y Práctica

ALGEBRA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Juan Carlos Ramos Leyva

FONDO EDITORIAL
ARODO

PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

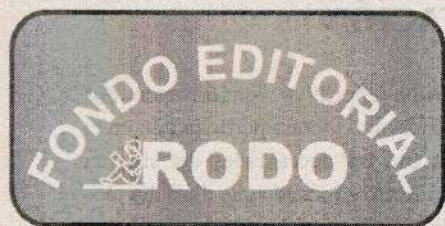
Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **BOLETINES DE ÁLGEBRA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO
De: Walter Z. Benítez Nuñez.

DIVISIÓN ALGEBRAICA - DIVISIBILIDAD ALGEBRAICA



ÁLGEBRA - BOLETÍN 03, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © 2012 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Calle Doña Rosa 392 Of. 401 - Surco

LIMA 03, PERÚ ☎ 426-3852 📠 992-796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Octubre 2012 N°: 2012 - 12681

SUPERVISIÓN ACADÉMICA

Equipo Pedagógico de la Editorial

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

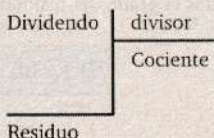
En Talleres Gráficos de GRÁFICA DANY de Daniel Alberto Quispe Salcedo

Jr. Rufino Torrico 371 Of. 15 - Lima 01

DIVISIÓN ALGEBRAICA**DIVISIÓN****DEFINICIÓN**

Es la operación matemática que tiene por objetivo determinar una expresión llamada **Cociente** y como consecuencia otra expresión denominada **Residuo o Resto**, conociendo previamente otras dos expresiones llamadas **Dividendo y Divisor**.

El esquema de una división es:



Al Dividendo, divisor, Cociente y residuo se les llama elementos de la división.

CLASES DE DIVISIÓN

1. **DIVISIÓN EXACTA:** Es aquella división donde el residuo es cero.
2. **DIVISIÓN INEXACTA:** Es aquella división donde el residuo es diferente de cero.

DIVISIÓN DE POLINOMIOS**DEFINICIÓN**

Dados dos polinomios:

$$D(x) \text{ y } d(x) \text{ tal que } [D]^{\circ} \geq [d]^{\circ}$$

La división denotada por:

$$D(x) \div d(x) \text{ ó } \frac{D(x)}{d(x)}$$

Es la operación matemática que tiene por objetivo determinar un nuevo polinomio $Q(x)$ llamado cociente y como consecuencia otro polinomio $R(x)$ denominado residuo de modo que verifiquen la siguiente relación

$$D(x) = d(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

Denominada identidad fundamental de la división, donde:

$D(x)$ = Dividendo $d(x)$ = Divisor $Q(x)$ = Cociente $R(x)$ = Residuo o resto**PROPIEDADES REFERIDAS AL GRADO**

- 1) El grado del cociente se obtiene mediante la diferencia entre los grados del dividendo y divisor.

$$[Q]^{\circ} = [D]^{\circ} - [d]^{\circ}$$

- 2) Para divisiones inexactas el grado del residuo siempre será menor que el grado del divisor.

$$[R]^{\circ} < [d]^{\circ}$$

- 3) El máximo valor que puede alcanzar el grado del residuo será igual al grado del divisor disminuido en la unidad.

$$[R]^{\circ}_{\text{máx}} = [d]^{\circ} - 1$$

MÉTODOS PARA EFECTUAR UNA DIVISIÓN ENTRE POLINOMIOS**I. MÉTODO DE WILLIAM HORNER:**

Sólo considera a los coeficientes de los polinomios dados, los cuales deberán ser completos y ordenados inicialmente en forma decreciente. En el esquema se deberá considerar lo siguiente:

- El primer coeficiente del divisor se coloca con su mismo signo, mientras que los otros van con signo cambiado.
- La línea punteada (vertical) que separa los coeficientes del cociente con los coeficientes del residuo se traza a partir de la derecha contando una cantidad de espacios numéricamente igual al grado del divisor.

Veamos un ejemplo; sea la división:

$$\frac{a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1x + e_1}{a_2x^2 + b_2x + c_2}$$

Observar que los polinomios:

$$D(x) = a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1x + e_1$$

$$d(x) = a_2x^2 + b_2x + c_2$$

Ya están completos y ordenados, luego en el esquema se tendrá:

a_2	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
$-b_2$		●	●		
$-c_2$			■	■	
				▲	▲
	Q_1	Q_2	Q_3	R_1	R_2
	Coef. del cociente			Coef. del residuo	

Ejercicio: Dividir: $\frac{6x^4 - 23x^2 - 19x + 8}{2x^2 - 4x - 1}$

Resolución: Completando y ordenando a los polinomios datos tenemos:

$$D(x) = 6x^4 - 23x^2 - 19x + 8$$

¡falta el término cúbico! Se completará con coeficiente cero, veamos:

$$D(x) = 6x^4 + 0x^3 - 23x^2 - 19x + 8$$

$$d(x) = 2x^2 - 4x - 1$$

Ahora en el esquema se tendrá:

2	6	0	-23	-19	8
4		12	3		
1			24	6	
				8	2
	3	6	2	-5	10

De donde:

$$Q(x) = 3x^2 + 6x + 2 \wedge R(x) = -5x + 10$$

PROPIEDAD

Si una división es exacta al utilizar el método de Horner, los polinomios datos podrán ser ordenados en forma creciente.

II. REGLA GENERALIZADA DE PAOLO RUFFINI:

Se utiliza cuando el divisor es un binomio de primer grado, es decir: $d(x) \equiv ax + b$. En el esquema se deberá considerar lo siguiente:

- El número ubicado entre barras en la parte izquierda es el valor de x cuando el divisor se iguala a cero.
- La línea punteada siempre se traza delante del último número de la horizontal.
- Para obtener los coeficientes del cociente, se deberá dividir por el coeficiente principal del divisor a todos los coeficientes de la expresión algebraica.

Veamos un ejemplo, sea la división:

$$\frac{a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1x + e_1}{ax + b}$$

Observar que el dividendo ya está completo y ordenado en forma decreciente.

$$D(x) \equiv a_1x^4 + b_1x^3 + c_1x^2 + d_1x + e_1$$

$$d(x) \equiv ax + b \rightarrow ax + b = 0$$

$$x = -b/a$$

Ahora en el esquema se tendrá:

	a_1	b_1	c_1	d_1	e_1
$-\frac{b}{a}$					
	E_1	E_2	E_3	E_4	Resto

Coeficiente de la expresión algebraica

Si: $a = 1$

E_1, E_2, E_3 y E_4 son los coeficientes del cociente

Si: $a \neq 1$

$\frac{E_1}{a}, \frac{E_2}{a}, \frac{E_3}{a}$ y $\frac{E_4}{a}$ serán los coeficientes del cociente.

Ejercicio: Dividir: $\frac{2x^3 + 4x^2 - 5x + 1}{x + 1}$

Resolución: $D(x) \equiv 2x^3 + 4x^2 - 5x + 1 \wedge d(x) \equiv x + 1$

Observar que en la forma del divisor tenemos $a = 1$, esto involucra que en el esquema se obtendrá directamente los coeficientes del cociente.

$$d(x) = 0 \rightarrow x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

	2	4	-5	1	1
-1	↓	-2	-2	1	7
	2	2	-7	1	8

De donde:

$$Q(x) \equiv 2x^2 + 2x - 7 \wedge R(x) \equiv 8$$

Ejercicio: Dividir: $\frac{8x^4 + 10x^3 - 5x + 1}{4x - 3}$

Resolución: Completando y ordenando al dividendo:

$$D(x) \equiv 8x^4 + 10x^3 + 0x^2 - 5x + 1$$

$$d(x) \equiv 4x - 3$$

Observar que en la forma del divisor tenemos $a \neq 1$ ($a = 4$), luego en el esquema cada coeficiente de la expresión se deberá dividir por 4.

$$d(x) = 0 \rightarrow 4x - 3 = 0 \rightarrow x = \frac{3}{4}$$

	8	10	0	-5	1
$\frac{3}{4}$	↓	6	12	9	3
	8	16	12	4	4

$$\div 4 \quad \underbrace{2 \quad 4 \quad 3 \quad 1}$$

Coef de cociente

$$Q(x) \equiv 2x^3 + 4x^2 + 3x + 1 \wedge R(x) \equiv 4$$

TEOREMA DEL RESTO

Es una regla que permite determinar en forma directa el residuo de cierta división. El teorema del resto inicialmente dado por René Descartes formula por enunciado lo siguiente: "En toda división de la forma $P(x) \div (ax + b)$; $a \neq 0$ el residuo es igual al valor numérico de $P(x)$ cuando

$$x = -\frac{b}{a}.$$

Es decir:

$$\frac{P(x)}{ax + b} \rightarrow \text{Resto} = P\left(-\frac{b}{a}\right)$$

Ejercicio: Determinar el residuo de dividir:

$$\frac{x^7 + 2x^5 - x + 1}{x - 1}$$

Por el teorema del resto: $x - 1 = 0$

$$x = 1$$

El polinomio es: $P(x) = x^7 + 2x^5 - x + 1$

El residuo es: $P(1) = (1)^7 + 2(1)^5 - (1) + 1$

$$P(1) = 1 + 2 - 1 + 1$$

$$\therefore R(x) = 3$$

**OBSERVACIÓN**

El teorema del resto se podrá aplicar para un divisor de grado arbitrario teniendo en cuenta los siguientes pasos:

- 1) Se iguala el divisor a cero, despejando solo por transposición de términos, letras de números (variables de constantes)
- 2) El valor numérico obtenido para la parte literal se reemplaza en el dividendo, siendo el resultado final, el residuo de la división.

Ejercicio: Determinar el residuo de la división:

$$\frac{x^5 + 2x^4 + x^3 - x + 2}{x^2 + 2}$$

Resolución: Por teorema del resto: $x^2 + 2 = 0$

$$x^2 = -2$$

Ahora en el dividendo se deberá buscar a x^2 para luego reemplazarlo por -2 , veamos:

$$D(x) = x^5 + 2x^4 + x^3 - x + 2$$

$$D(x) = (x^2)^2 x + 2(x^2)^2 + (x^2)x - x + 2$$

Reemplazando x^2 por -2

$$R(x) = (-2)^2 x + 2(-2)^2 + (-2)x - x + 2$$

$$R(x) = 4x + 8 - 2x - x + 2$$

$$\therefore R(x) = x + 10$$

RESTOS ESPECIALES

Si al dividendo y al divisor se le multiplica (o divide) simultáneamente por una expresión diferente de cero, el cociente no se altera pero el residuo quedará multiplicado (o dividido) por dicha expresión.

- División inicial: $\frac{D}{d} \begin{matrix} \nearrow Q \\ \searrow R \end{matrix}$
- División final: $\frac{D \cdot k}{d \cdot k} \begin{matrix} \nearrow Q \\ \searrow R' \equiv R \cdot k \end{matrix}$

PROPIEDADES ADICIONALES

- 1) Si R es el residuo de dividir $P(x)$ entre $(x - a)$, entonces: $R = P(a)$
- 2) Si al dividir un polinomio en forma separada por dos o más expresiones primos entre sí se obtiene siempre el mismo residuo R , la división de dicho polinomio por el producto de todas las expresiones mencionadas también dejará residuo R .

DIVISIBILIDAD ENTRE POLINOMIOS**DEFINICIÓN**

Dados los polinomios $P(x)$ y $d(x)$ no constantes tal que $[P]^{\circ} \geq [d]^{\circ}$, se dice que $P(x)$ es divisible por $d(x)$ si existe un único polinomio $Q(x)$ tal que multiplicado por el anterior nos reproduce el primero es decir si:

$$P(x) = d(x) \cdot Q(x)$$

**OBSERVACIÓN**

Si $P(x)$ es divisible por $d(x)$, $P(x) \div d(x)$ es exacta

Ejemplo: ¿Será $P(x) = x^3 - 6x^2 + x + 4$ divisible por $(x - 1)$?

Halleemos el residuo de la división:

$$\frac{P(x)}{x - 1}$$

Por el teorema del resto:

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$R(x) = (1)^3 - 6(1)^2 + 1 + 4$$

$$R(x) = 1 - 6 + 1 + 4$$

$$R(x) = 0$$

Como la división es exacta se podrá afirmar que $P(x)$ es divisible por $(x - 1)$

TEOREMAS

- 1) Si un polinomio es divisible en forma separada por dos o más expresiones primos entre sí, dicho polinomio también será divisible por el producto de todas las expresiones mencionadas.
- Dado el polinomio $P(x)$ y las expresiones primos entre sí $(x + a)$ y $(x + b)$, luego si:

$$P(x) \div (x + a) \rightarrow R(x) = 0$$

$$P(x) \div (x + b) \rightarrow R(x) = 0$$

Entonces: $P(x) \div [(x + a)(x + b)] \rightarrow R(x) = 0$

COROLARIO: Si un polinomio es divisible por el producto de dos o más expresiones primos entre sí, dicho polinomio también será divisible por cada una de las expresiones mencionadas.

- Dado el polinomio $P(x)$ y las expresiones primos entre sí $(x + a)$ y $(x + b)$, luego si:

$$P(x) \div [(x + a)(x + b)] \rightarrow R(x) \equiv 0$$

Entonces: $P(x) \div (x + a) \rightarrow R(x) \equiv 0$

$$P(x) \div (x + b) \rightarrow R(x) \equiv 0$$

- 2)** (Teorema del factor). Si el polinomio $P(x)$ se anula cuando $x = a$, entonces $(x - a)$ será un factor de $P(x)$

$$P(a) = 0 \Leftrightarrow (x - a) \text{ es un factor de } P(x) \\ \therefore P(x) \equiv (x - a) \cdot Q(x)$$

COCIENTES NOTABLES

DEFINICIÓN

Son resultados que se obtienen en forma directa, a partir de ciertas divisiones que tienen la siguiente forma general:

$$\frac{x^n \pm y^n}{x \pm y} ; n \in \mathbb{N} / n \geq 2$$



NOTA

Estas divisiones deben ser exactas:

Ejemplo: ¿La división $\frac{x^5 - y^5}{x - y}$ origina un cociente notable?

Halleemos el residuo de la división según el teorema del resto:

$$x - y = 0 ; x = y$$

$$R(x) \equiv (y)^5 - y^5 \equiv y^5 - y^5 \rightarrow R(x) \equiv 0$$

Como la división es exacta, se podrá afirmar que dicha división genera cociente notable.

ESTUDIO DE LOS COCIENTE NOTABLES

1) $\forall n \in \mathbb{N} / n \geq 2$

$$\frac{x^n - y^n}{x - y}$$

Origina cociente notable cuyos términos presentan signos positivos.

$$\frac{x^n - y^n}{x - y} = x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + \dots + y^{n-1}$$

2) $\forall n \in \mathbb{N} / n = \text{impar}$

$$\frac{x^n + y^n}{x + y}$$

Origina cociente notable cuyos términos presentan signos alternados (+, -, +, -, ..., +)

$$\frac{x^n + y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - \dots + y^{n-1}$$

3) $\forall n \in \mathbb{N} / n = \text{par}$

$$\frac{x^n - y^n}{x + y}$$

Origina cociente notable cuyos términos presentan signos alternados (+, -, +, -, ..., -)

$$\frac{x^n - y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - \dots - y^{n-1}$$

Observación: La división $\frac{x^n + y^n}{x - y}$ jamás origina cociente notable ¿por qué? porque su residuo es no nulo.

PROPIEDADES

Si la división:

$$\frac{x^m \pm y^p}{x^a \pm y^b}$$

Origina un cociente notable, se cumple:

- 1) El número de términos "n" del cociente notable verifica:

$$n = \frac{m}{a} = \frac{p}{b}$$

- 2) En el cociente notable los exponentes de x van disminuyendo de "a" en "a", mientras que los exponentes de y van aumentando de "b" en "b".

- Para el cociente notable de: $\frac{x^8 - y^{12}}{x^2 - y^3}$

$$n = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} \rightarrow n = 4$$

$$C - N \equiv x^6 + x^4 y^3 + x^2 y^6 + y^9$$

FÓRMULA DEL TÉRMINO DE LUGAR k (t_k) EN UN COCIENTE NOTABLE

Dada la división:

$$\frac{x^n \pm y^n}{x \pm y}; n \in \mathbb{N} / n \geq 2;$$

que genera cociente notable:

$$t_k = (\text{signo}) x^{n-k} y^{k-1}$$

Donde:

- t_k = término de lugar k
- n = número de términos del C - N
- x = primer término del divisor
- y = segundo término del divisor

OBSERVACIÓN

Para el signo se tendrá en cuenta lo siguiente:

- 1) Si el divisor es de la forma $(x - y)$, todos los términos tendrán signo positivo.
- 2) Si el divisor es de la forma $(x + y)$, los términos de lugar impar tendrán signos positivos, mientras que los de lugar par tendrán signos negativos.

Ejercicio: Encontrar el quinto y octavo término del cociente notable de dividir:

$$\frac{x^{26} + y^{39}}{x^2 + y^3}$$

Resolución: Observar que: $n = \frac{26}{2} = \frac{39}{3} \rightarrow n = 13$

Halleemos el quinto término: $t_5 \rightarrow k = 5$

$$t_5 = (\text{signo}) [x^2]^{13-5} [y^3]^{5-1}$$

$$t_5 = (\text{signo}) [x^2]^8 [y^3]^4$$

De acuerdo con la observación el signo que le corresponde es +, veamos:

$$t_5 = (+) [x^2]^8 [y^3]^4$$

$$\therefore t_5 = x^{16} y^{12}$$

Halleemos el octavo término: $t_8 \rightarrow k = 8$

$$t_8 = (\text{signo}) [x^2]^{13-8} [y^3]^{8-1}$$

$$t_8 = (\text{signo}) [x^2]^5 [y^3]^7$$

De acuerdo con la observación el signo que le corresponde es -, veamos:

$$t_8 = (-) [x^2]^5 [y^3]^7$$

$$\therefore t_8 = -x^{10} y^{21}$$

NOTA

Si en un cociente notable se quiere determinar, al término de lugar k contado a partir del extremo final (derecha e izquierda) se tendrá en cuenta a la siguiente relación:

$$t_k^{\leftarrow} = (\text{signo}) x^{k-1} y^{n-k}$$

Donde el signo dependerá de un análisis que involucra al divisor.

PROPIEDAD

Sea $\frac{x^n \pm y^n}{x \pm y}$ una división que origina cociente notable, si n es impar existe un término

central cuyo lugar se determina así: $\frac{n+1}{2}$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Efectuar la siguiente división:

$$\frac{10x^5 + 3x^4 - 17x^3 - x^2 - 5}{3x^2 + 2x^3 - x - 2}$$

A) $Q(x) = 5x^2 - 6x + 3$; $R(x) = -6x^2 - 9x + 1$

B) $Q(x) = x^2 + 2x + 2$; $R(x) = 0$

C) $Q(x) = 2x^2 + 1$; $R(x) = x + 1$

D) $Q(x) = 3x^2 + 1$; $R(x) = 2x + 1$

E) $Q(x) = x^2 + 7x + 1$; $R(x) = x - 5$

2. En el siguiente esquema de una división de polinomios en "x" por Horner, halle el resto:

a	a	b	a	b	a
b		b	c		
c			b	c	
				c	c ²
	b	b	c	(b+2c)	(a+c ²)

A) $7x + 11$ B) $3x + 1$ C) $2x + 1$

D) 3 E) 0

3. En la siguiente división indicada:

$$\frac{6x^4 - ax^3 + bx^2 + 10x}{3x^2 - 2x + 1}$$

el resto es $R(x) = x + 2$. Indique el valor de ab.

A) 5 B) 10 C) 15

D) 20 E) 25

4. En la división exacta, halle b + c, donde:

$$\frac{x^3 + bx^2 + 5x}{x^2 + 3x + c}$$

A) 10 B) 3 C) 5

D) 9 E) 8

5. Calcule "a + b", si la división:

$$\frac{ax^5 + bx^4 - x^3 - 5x + 7x^2 - 12}{3x^2 + x - 4}$$

es exacta.

A) 11 B) 13 C) 15

D) 18 E) 19

6. Efectuar las divisiones siguientes e indicar la suma de sus restos:

I. $\frac{3x^4 + 5x^3 - 6x^2 + 18}{x + 2}$

II. $\frac{15x^5 + 25x^4 - 18x^2 - 18x^3 + 17x - 11}{3x + 5}$

III. $\frac{3x^8 + x^6 - 5x^2 + 1}{x^2 + 2}$

A) 50 B) 48 C) 24

D) 47 E) 23

7. Al dividir:

$$\frac{8x^4 + 18x^3 + ax^2 + bx + c}{2x + 3}$$

los coeficientes del cociente disminuyen de 1 en 1. Halle (a + b + c) si el resto es -8.

A) 2 B) 3 C) 16

D) 8 E) 5

8. Al dividir:

$$\frac{kx^5 + (k-1)x^4 + (k^2-1)x^3 - kx^2 + 7}{kx - 1}$$

la suma de coeficientes del cociente es igual al resto. Calcule k.

A) -7 B) -2 C) 4

D) 3 E) 5

9. Calcular el resto de:

$$\frac{(3x+5)^{2000} + (x+1)^{35} - x - 2}{x+2}$$

- A) 2 B) 0 C) 5
D) 7 E) 8

10. Halle el resto de:

$$\frac{x^{2n+3} + 3x^{2n+2} - x^{2n+4} + 5x - 2}{x-1}$$

- A) 5 B) 3 C) 8
D) 6 E) 7

11. Calcule el resto de:

I. $\frac{4x^9 + 3x^6 - 5x^3 + 2}{x^3 - 1}$

II. $\frac{x^5 - 3x^3 + 2x + 5}{x^2 - 5}$

- A) 4; 2x+5 B) 4; 12x+5 C) 3; 7x
D) -2; x+1 E) x; 2x+1

12. Halle el valor de "a + b", si el resto de:

$$\frac{ax^4 + bx^3 + 2bx^2 - x - 3}{x^2 + 1}$$

es: (x + 5).

- A) 2 B) 3 C) 7
D) 5 E) 6

13. Calcule el residuo de:

$$\frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})x^5 - 2\sqrt{2}x^3 - 2\sqrt{3}x + 6}{x - \sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

- A) 4 B) 3 C) 7
D) 9 E) 5

14. Al dividir
- $(x^3 - 2x^2 + ax + b) \div (x - 2)$
- el resto es 3 y al dividirlo entre
- $x + 1$
- el resto es 9. Calcule a + b.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 7

15. En una división de polinomios se conoce el grado del dividendo
- $m^2 + n^2$
- y el grado del divisor
- $(2mn - 1)$
- . Si sumamos la identidad fundamental de la división, el grado máximo del residuo que debemos suponer es:

- A) $2(mn - 1)$ B) n C) m
D) $mn - 2$ E) $m - 3$

16. Si la división:

$$\frac{\alpha x^8 + 20x^4 + \beta x^2 + 6}{x^3 - 2x^2 + 3}$$

deja como residuo: $R(x) = 0 + 7 + 9x^2$.
Calcule: $\alpha + \beta + 0$.

- A) 2 B) 7 C) 4
D) 9 E) 10

17. Si:
- $P(x) = 15x^4 + 7x^3 + Ax^2 + Bx + C$
- , se divide entre
- $f(x) = 5x^2 - x + 3$
- , se obtiene un cociente cuyos coeficientes van disminuyendo de 1 en 1, a partir del primero, y un residuo
- $R(x) = 2x + 5$
- . Calcule: A + B + C.

- A) 2 B) 27 C) 9
D) 20 E) 0

18. Al efectuar:

$$\frac{9x^4 - x^2 + mx + n}{3x^2 - 2x - 1}$$

se obtiene como resto:

$$R(x) = m^2x + n10; m \in \mathbb{Z}^+ \wedge n \in \mathbb{Z}.$$

Calcule: $m \cdot n$

- A) -3 B) 4 C) 9
D) 1 E) -2

19. Indicar la suma de coeficientes del cociente al dividir:

$$\frac{nx^4 - x^3 + 3nx - 3}{nx - 1}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

20. Indicar los valores de "n" de modo que al dividir $(2x^3 - 7x^2 + 15x + n)$ por $(x - 2)$ el resto sea:
I. -6 II. Cero

- A) -24; -18 B) -2; -3 C) 4; 5
D) 9; 7 E) 5; 8

21. Al dividir $(x^3 - 2x^2 + ax + b) \div (x + 2)$ el resto es 8 y al dividir $(x^3 + 2x^2 + ax + b) \div (x + 1)$ el resto es 9. Halle el valor de ab .

- A) 24 B) -27 C) 30
D) 35 E) -72

22. En el siguiente esquema de Ruffini:

	c	-1	f	-4	-5
$-\frac{1}{3}$		d	1	-2	a
	c	-3	e	b	-3

Calcule: $a + b + c + d + e + f$

- A) 2 B) 5 C) 9
D) 11 E) 12

23. Encontrar el resto de dividir:

$$\frac{(\sqrt{3}-1)x^3 + \sqrt{2}x^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{2})x + 2\sqrt{6}-1}{x - \sqrt{2}}$$

- A) $3\sqrt{6} + 1$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{5} - 1$
D) $\sqrt{2} + 1$ E) $\sqrt{3} + 2$

24. Halle el resto de dividir:

$$(27x^3 - 18x^2 - 6mx + 13) \div (3x - 1)$$

si la suma de coeficientes del cociente es 25.

- A) 32 B) 12 C) 16
D) 14 E) -22

25. En la división:

$$\frac{x^5(x+3)^5 + (x+1)(x+3) + 7}{(x+1)(x+2) - 3}$$

indicar el término independiente del residuo.

- A) 21 B) 13 C) 12
D) 15 E) 34

26. Halle el resto de dividir:

$$\frac{x^{25} + x^{37} + x^7 + 2}{x^2 + x + 1}$$

- A) $2x + 1$ B) $x + 5$ C) $2x + 7$
 D) $3x + 2$ E) $2x - 1$

27. Calcule el valor de "m" si el polinomio

$P(x; y; z) = x^3 + y^3 + z^3 + mxyz$ es divisible por $x + y + z$.

- A) -2 B) -3 C) 4
 D) -5 E) 7

28. Halle el resto que resulta al dividir:

$$(x + 3)^4 (x + 5)^2 \text{ entre } (x + 4)(x + 1).$$

- A) $128(x + 4)$ B) $2x + 1$
 C) $85x + 341$
 D) $2x$ E) $5x$

29. Halle el residuo en:

$$\frac{(x - 2)^{35} (x + 4)^2}{(x - 2)^{36}}$$

- A) 36 B) $36(x - 2)^{35}$
 C) $2x$
 D) $7x$ E) $5x + 1$

30. Dado el polinomio
- $P(x)$
- se tiene:

$(P(x) + 2)$ es divisible por $(x - 2)$

$(P(x) - 1)$ es divisible por $(x + 1)$

Halle el resto de $P(x)$ entre $(x^2 - x - 2)$

- A) $2x$ B) $-x$ C) $3x$
 D) $-3x$ E) $21x$

31. Si el resto de la división:

$$\frac{P(x)}{x + 1}$$

es 3, calcule el resto de:

$$\frac{[P(x)]^4}{x + 1}$$

- A) 343 B) 36 C) 27
 D) 9 E) 81

32. Halle el resto en:

$$(x^{3^{2n}} + 1) \div (x^{3^n} + 1)$$

- A) 2 B) 0 C) 4
 D) -1 E) -2

33. Halle el resto en la división:

$$\frac{(x - 5)^6 + (x - 3)^5 + x + 4}{x^2 - 8x + 15}$$

- A) $-15x + 116$ B) $2x + 3$
 C) $x + 2$
 D) $x - 1$ E) $3x + 5$

34. Si
- $f(a)$
- es el resto de dividir:

$$\frac{ax^2 - (a + 1)x + a}{x + a}$$

Halle el resto de dividir: $f(a) \div a$.

- A) 4 B) 0 C) -3
 D) 2 E) 1

35. Al dividir $P(x)$ entre $(x-2)$ el resto es 5 y al dividir $P(x)$ entre $(x+3)$ el resto es 10. Halle el resto de:

$$\frac{P(x)}{(x+3)(x-2)}$$

- A) $-x+7$ B) $x+1$ C) $2x$
D) $3x$ E) $5x$

36. Dado el polinomio:

$$P(x) = x^3 + Ax^2 + Bx$$

divisible por $x^2 + 3x - 4$.

Entonces calcule el valor de "C" si la división:

$$\frac{P(x) + C}{x - 2}$$

es exacta.

- A) 13 B) 8 C) -5
D) 2 E) -12

37. Calcule el resto en:

$$\frac{x^{10} + x^7 + 5}{x}$$

- A) 2 B) 5 C) 3
D) 1 E) 0

38. Calcule el resto en:

$$\frac{x^{21} - x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$$

- A) x B) $x+1$ C) $x+3$
D) $2x+1$ E) $5x-3$

39. Dado:

$$\frac{x^7 + 3x^6 + ax^4 + bx^2 + 5x + 10}{x^5 - 2x^4 + 1}$$

si la división es exacta, calcule $a + b$.

- A) -19 B) -12 C) 50
D) 70 E) -81

40. Halle el resto en:

$$\frac{(x-1)^{11}}{x^2 - 1}$$

- A) $x-2$ B) $x+1$
C) $x-3$
D) $x+5$ E) $2^{10}(x-1)$

41. Si $P(x) = 4x^2 - (x+a)^4$ es divisible por:

$$M(x) = x + a + 4$$

Calcule el valor positivo de "a".

- A) 4 B) 3 C) 2
D) 5 E) 1

42. Si la división:

$$\frac{x^{3m+9} - y^{30}}{x^m - y^{m+2}}$$

Origina un cociente notable ¿Cuál es el valor de m ?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

43. Si: $\frac{x^n - 1}{x^3 - 1}$ origina un cociente notable de

cinco términos. Hallar la suma del tercer y quinto término.

- A) $x^8 + x^2$ B) $x^6 + x$ C) $x^6 + 1$
D) $x^6 + x^2$ E) x^6

44. Calcular el grado absoluto del décimo término en el cociente notable de dividir:

$$\frac{x^{50} + y^{125}}{x^2 + y^5}$$

- A) 35 B) 45 C) 60
D) 75 E) 100

45. Determinar el lugar del término cuyo grado es 213, en el cociente notable de dividir:

$$\frac{x^{200} - y^{280}}{x^5 - y^7}$$

- A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

46. Si uno de los términos del cociente notable de dividir:

$$\frac{x^a - y^b}{x^2 - y^4}$$

es $x^{12}y^{16}$. Calcular: $a + b$

- A) 40 B) 52 C) 64
D) 66 E) 78

47. Determinar el término central del cociente notable de dividir:

$$\frac{x^{42} - y^b}{x^2 - y^3}$$

- A) $-x^{20}y^{30}$ B) $x^{30}y^{20}$ C) $x^{20}y^{30}$
D) $x^{21}y^{32}$ E) $-x^{30}y^{20}$

48. Si el cociente notable de dividir:

$$\frac{x^{n+3m} - y^{7m}}{x^2 - y^4}$$

tiene 14 términos. Determinar el grado absoluto del término que ocupa el lugar "m - n"

- A) 8 B) 16 C) 32
D) 64 E) 72

49. Simplificar:

$$\frac{x^{62} + x^{60} + \dots + x^2 + 1}{(x^{32} + 1)(x^{14} + x^{12} + \dots + x^2 + 1)}$$

- A) $x^{16} + x^8 + 1$ B) $x^{16} - x^8 + 1$
C) $x^{16} - 1$
D) $x^{16} - x^8 - 1$ E) $x^{16} + 1$

50. ¿Qué lugar ocupa el término del cociente notable de dividir:

$$\frac{x^{40} - y^{20}}{x^2 - y}$$

en el cual la diferencia de exponentes de " x " y " y " es once.

- A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

51. El residuo de dividir el polinomio:

$$P(x) \equiv 8x^5 + 4x^3 + ax^2 + bx + c$$

entre el polinomio: $F(x) \equiv 2x^3 + x^2 + 3$

es: $R(x) \equiv x^2 + 7x + 4$, luego el valor de "a+b+c" es:

- A) 30 B) 31 C) 32
D) 33 E) 34

52. Proporcionar el valor de "a" si el resto de dividir: $6x^5 + 15x^4 - x^3 - 13x^2 + 5x + a$ entre $2x + 3$ es igual al término independiente del cociente.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

53. Calcular: "a + b + c" si: $x^3 - 3x^2 - x + 3$ divide en forma exacta a:

$$x^5 - 2x^4 - 6x^3 + ax^2 + bx + c$$

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

54. Calcular "a+b+c+d+f+g". Si al dividir:

$$\frac{ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + fx + g}{2x^2 - x - 1}$$

se observa que los coeficientes del cociente son los primeros enteros consecutivos positivos y además se obtiene un residuo idéntico a: $3x + 1$.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

55. Si: $F(x) \equiv x^5 + (3\sqrt{2} - 2)x^3 + 2\sqrt{2} - 1$

Calcular: $F(\sqrt{2} - 1)$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

56. Si se da el siguiente esquema de la división:

	N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	20
T_1		12	T_2	T_3	T_4	-28
	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6

La cual ha sido efectuada por el método de Paolo Ruffini. Calcular el valor numérico de: $T_1A_1 + N_3 + T_2 + T_1A_5 - A_6$.

Si: A_3 es el primer número primo existente en la serie natural.

- A) -2 B) -3 C) -4
D) -5 E) -6

57. Calcular el valor numérico de:

$$\frac{n+19}{k+1}$$

si la división:

$$\frac{x^{19} - nx + k}{x^2 - 2x + 1} \text{ es exacta.}$$

- A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

58. Calcular la suma de coeficientes del cociente de dividir:

$$\frac{2x^{99} - x^{98} + 5x^2 - 10x + 18}{x - 1}$$

- A) 21 B) 13 C) 12
D) 15 E) 34

59. Si el polinomio: $P(x) = ax^7 + bx^5 - 1$ es divisible por el polinomio:

$$F(x) = mx^5 + nx^4 + cx^3 - x - 1.$$

Calcular el valor de: $T = ab + mn + c$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

60. Si en la siguiente división:

$$\begin{array}{r} x^5 - 29x + 2n + 8 \\ x^2 + nx - 1 \end{array}$$

se obtiene un residuo idéntico a:

$(b + 1)x + (a - 4)$, luego cuál es el valor de:

$$T = \frac{b+2}{\sqrt{a-b}}$$

- A) 19 B) 18 C) 15
D) 16 E) 17

61. Encontrar el valor natural de "n" para que:

$$\frac{8x^5 + 6x^4 + x^3 + ax^2 + 2x + b}{2x^2 - x + 1}$$

sea una división exacta.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

62. A continuación se muestra el esquema de una división la cual ha sido efectuada mediante el método de William Horner:

3	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
K_1		4	-12	-18	
K_2			6	-14	42
	2	3	-7	6	8

Indicar el mayor coeficiente del dividendo

- A) $2x$ B) $-x$ C) $3x$
D) $-3x$ E) $21x$

63. Sabiendo que la división

$$\frac{4x^4 - 4x^3 + mx^2 + nx + 2}{x^2 + 1}$$

deja un residuo que al ser elevado al cuadrado, resulta idéntico al cociente.

Calcular: " $m + n$ "

- A) -1 B) 1
C) 8 D) 4
E) Más de una es correcta.

64. Al dividir: $6x^5 - x^4 + ax^3 - 3x^2 + 4$

por: $3x^3 - 2x^2 - x - 2$, se obtiene como resto: $bx + c$; calcular " $a + b + c$ ".

- A) -5 B) -4 C) -3
D) -2 E) -1

65. Obtener el valor de "n" sabiendo que la suma de coeficientes del cociente y el residuo obtenido al dividir:

$$\frac{nx^{51} + 2mx + 2m - n}{x - 1}$$

son 161 y 16 respectivamente.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

66. Obtener el resto de división:

$$\frac{bx^{5a-3} + abx^{2b-7} + 10}{a^3 + 3a - b}$$

sabiendo que el dividendo es completo y ordenado.

- A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

67. Proporcionar el residuo de dividir:

$$\frac{(x+2)^{82} - 4(x+2)^{63} + 5(x+2)^{24} + 3(x+2)^3 - 7}{x^2 + 4x + 5}$$

- A) $x + 1$ B) $x - 2$ C) $x - 1$
D) $x + 2$ E) $x + 3$

68. Proporcionar el residuo de dividir:

$$\frac{(x-5)^{30} + (x-5)^{22} + 3(x-5)^{18} + (x-3)^{16} + 10 - 2^{16}}{x - 5}$$

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

69. Halle el resto de dividir:

$$\frac{[(x+a)^5 - (x^5 - a^5)]}{\text{entre } (x+a)}.$$

- A) a^5 B) $2a^5$ C) $3a^5$
D) $4a^5$ E) 0

70. Encontrar el residuo de la siguiente división:

$$\frac{x^8 - x^7 + 2x^6 + 3x^5 + 4x^4 - 1}{x^2 + 2}$$

- A) $20x + 7$ B) $20x + 15$ C) $20x - 12$
D) $20x - 1$ E) 0

71. Proporcionar el residuo de la división mostrada:

$$\frac{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6) - 1}{x^2 + 7x + 2}$$

- A) 319 B) 320 C) 321
D) 322 E) 323

72. Indicar el residuo de dividir: ; $n \in \mathbb{N}^*$

$$\frac{x^{2n+1} - 7x^{2n} + 2x^{n+1} + 5x^n + 6x + 4}{x^n + 1}$$

- A) $2x - 5$ B) $3x - 8$ C) $5x + 8$
D) $5x - 8$ E) $5x + 7$

73. Hállese el residuo de la siguiente división:

$$\frac{x^{4^{3n}} + 2}{x^{4^n} + 1}; n \in \mathbb{N}^*$$

- A) 1 B) 3 C) 2
D) -1 E) 3

74. ¿Cuál es el residuo que se obtiene al efectuar la siguiente división:

$$\frac{(x-2)^5 + (x-1)^4 + 7}{(x-2)(x-1)}$$

- A) $2x + 4$ B) $2x - 4$ C) $4x + 2$
D) $2x + 1$ E) $2x - 1$

75. Proporcionar el residuo de la siguiente división:

$$\frac{(x-5)^{2012} + (x-6)^{2011} - 1}{x^2 - 11x + 30}$$

- A) $x - 12$ B) $2x + 12$ C) $2x - 12$
D) $12x - 2$ E) $x - 2$

76. Encontrar el residuo de dividir x^{18} entre: $x^2 + x + 1$.

- A) $x - 12$ B) $2x + 12$ C) $2x - 12$
D) $12x - 2$ E) $x - 2$

77. Proporcionar el residuo de dividir:

$$\frac{3x^{45} - 2x^{10} + 7}{x^2 - x + 1}$$

- A) $2x + 4$ B) $2x + 5$ C) $2x + 2$
D) $2x + 6$ E) $2x + 8$

78. Encontrar un polinomio
- $P(x)$
- de 3er grado que sea divisible en forma separada por
- $(x+2)$
- y
- $(x+1)$
- sabiendo además que la suma de sus coeficientes es 24 y que su término independiente es: 2.

- A) $3x^3 + 10x^2 - 4x + 2$
B) $6x^3 + 4x^2 + 8x + 6$
C) $9x^3 + 3x^2 + 10x + 2$
D) $10x^3 + 9x^2 + 3x + 2$
E) $3x^3 + 10x^2 + 9x + 2$

79. Encontrar un polinomio
- $P(x)$
- de 2do grado, que sea divisible en forma separada por
- $(x-2)$
- y
- $(x+1)$
- cuya suma de coeficientes sea: -6

- A) $3x^2 - 3x - 6$ B) $3x^2 - 6x - 3$
C) $6x^2 - 8x - 4$
D) $x^2 - 5x - 1$ E) $5x^2 - 4x - 7$

80. Encontrar un polinomio
- $P(x)$
- de tercer grado sabiendo que al dividirlo separadamente por
- $(x+3)$
- ,
- $(x+2)$
- y
- $(x+1)$
- se obtiene el mismo resto 8 y al dividirlo por
- $(x+4)$
- se obtiene como resto 20.

- A) $-2x^3 - 4x^2 - 10x + 1$
B) $-2x^3 - 12x^2 - 22x - 4$
C) $x^3 - 11x^2 - 6x - 6$
D) $-2x^3 - 12x^2 + 22x - 4$
E) $2x^3 - 12x^2 - 22x + 4$

81. Al efectuar la división del polinomio
- $P(x)$
- entre
- $(x^2 + 1)$
- se obtuvo como residuo:
- $(x-2)$
- . Qué residuo se obtendrá al dividir el cubo del polinomio
- $P(x)$
- entre:
- $(x^2 + 1)$

- A) $11x - 2$ B) $11x + 2$ C) $11x - 1$
D) $11x + 13$ E) $11x + 1$

82. Al efectuar la división de dos polinomios enteros en "x" el producto de los términos independientes del divisor y el cociente es 8, la diferencia de los cuadrados de los términos independientes del dividendo y residuo es 24. Encontrar la suma de los términos independientes del dividendo y residuo.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

83. Un polinomio
- $P(x)$
- de cuarto grado es divisible separadamente por:
- $(x^2 + 1)$
- y
- $(x^2 + 2x + 2)$
- , si se divide
- $P(x)$
- entre:
- $(x^3 - 1)$
- el residuo es:
- $6x^2 + 6x + 8$
- , luego el término independiente de
- $P(x)$
- es:

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

84. Un polinomio entero en "x" al ser dividido por
- $(x-1)$
- y por
- $(x-2)$
- separadamente proporcionan residuos 6 y 8 respectivamente. Qué expresión se debe restar al polinomio para que al dividirlo entre:
- $[(x-1)(x-2)]$
- el cociente resulte exacto.

- A) $2x + 4$ B) $4x + 2$ C) $2x + 1$
D) $3x + 2$ E) $2x - 4$

85. Encontrar el resto de dividir un polinomio $P(x)$ entre $(2x - 1)$, si se sabe que el término independiente del cociente es 5 y además: $P(0) = 18$

A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 24

86. Si un polinomio $P(x)$ se divide entre $(x - 1)^4$, se obtiene como resto un polinomio de tercer grado cuya suma de coeficientes es 3. Hallar el residuo de dividir el polinomio original por $(x - 1)$.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

87. Un polinomio $P(x)$ presenta las siguientes características: $[P(x)]^o = n + 1$; término independiente = -3; es mónico; es divisible por: $(x^n + 1)$, además $P(2) = -33$. Según lo mencionado proporcionar el valor de "n".

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

88. Un polinomio $P(x)$ de sexto grado tiene raíz cuadrada exacta, $P(x)$ es divisible entre: $(x^2 + 1)$ y $(x + 3)$ en forma separada y si se le divide por $(x + 2)$ el resto es: 225. Indicar la suma de coeficientes de $P(x)$.

A) 576 B) 144 C) 189
D) 625 E) 900

89. El resto de dividir $P(x) \div (x^3 + 1)$ es:

$3x^2 - 5x + 4$. Halle el resto de dividir:

$$P(x) \div (x^2 - x + 1)$$

A) $2x + 1$ B) $2x - 1$ C) $-2x + 1$
D) $x - 1$ E) $x + 1$

90. Simplificar:

$$T = \frac{\left[\frac{x^{44} + x^{33} + x^{22} + x^{11} + 1}{x^4 + x^3 + x^2 + x + 1} \right] \left[\frac{x^{10} + x^9 + \dots + x + 1}{x^{50} + x^{45} + \dots + x^5 + 1} \right]}$$

A) x B) -x C) -1
D) 2 E) 1

91. Calcular el valor de "a" para que la división notable:

$$\frac{x^{4a+4} - y^{5a}}{x^{a+1} - y^{2a-3}}$$

origine un cociente notable:

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

92. Qué la relación debe cumplir "n" y "k" para que la división:

$$\frac{x^{n+k}y^{nk} - y^{n^3+nk+k^3}}{(xy)^{nk} - y^{n^2+k^2}}$$

origine un cociente notable.

A) $nk = 2$ B) $n + k = 1$ C) $nk = 1$
D) $\frac{n}{k} = 1$ E) $\frac{n}{k} = 2$

93. Si el tercer término del cociente de:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{(x+2)^n - x^n}{x+1} \right]$$

tiene como valor numérico 2^{12} para $x = 2$. Calcular el valor de "a".

- A) 4 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

94. Si:

$$\frac{x^{2a} - y^{2a}}{x^{3b-1} + y^{3b-1}}$$

origina un cociente notable cuyo segundo término es: $-x^{16}y^8$. Calcular "a-b".

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

95. El segundo término del cociente de:

$$\frac{(n^a + ax)^n - (n^a - ay)^n}{x + y}$$

toma la forma: $b_1(n^a + ax)^b(n^a + b_2)$.

Halle: " $b_1y + b_2$ "

- A) 0 B) 1 C) 2
D) -1 E) -2

96. Si:

$$\frac{\sqrt{2}^n - \sqrt{3}^{5+\frac{n}{4}}}{2 - \sqrt{3}}$$

origina un cociente notable. Encontrar su cuarto término.

- A) $196\sqrt{3}$ B) $192\sqrt{3}$ C) $194\sqrt{3}$
D) $198\sqrt{3}$ E) $190\sqrt{3}$

97. En la división notable:

$$\frac{x^n - y^k}{x^5 - y^7}$$

Calcular "n + k" si su quinto término de cociente es: $x^t y^a$ además $a - t = 3$.

- A) 120 B) 130 C) 140
D) 150 E) 160

98. Encontrar el número de términos de:

$$..... + a^{56}b^{56} + a^{49}b^{64} +$$

- A) 17 B) 18 C) 14
D) 15 E) 16

99. Si la división notable:

$$\frac{x^n - x^{-n}}{x - x^{-1}}$$

origina un cociente notable que solo tiene 15 términos enteros, cuya suma de los valores de "n" que hacen posible que esto suceda es:

- A) 58 B) 59 C) 60
D) 61 E) 62

100. Calcular el valor numérico del término central del cociente notable originado al dividir:

$$\frac{(x+y)^{100} - (x-y)^{100}}{8xy(x^2 + y^2)}$$

para $x = 3 \wedge y = 2\sqrt{2}$

- A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:** La división dada es:

$$\frac{10x^5 + 3x^4 - 17x^3 - x^2 - 5}{2x^3 + 3x^2 - x - 2}$$

De acuerdo con el método de Horner procedemos de la manera siguiente:

2	10	3	-17	-1	0	-5
-3		-15	5	10		
1			18	-6	-12	
2				-9	3	6
	5	-6	3	-6	-9	1

$$\therefore Q(x) \equiv 5x^2 - 6x + 3; R(x) \equiv -6x^2 - 9x + 1$$

Rpta.: A**Resolución 2:** Del esquema reconocemos que:

$$\text{I. } \frac{a}{a} = b \Rightarrow b = 1$$

$$\text{II. } \frac{2b}{a} = b \Rightarrow a = 2$$

$$\text{III. } \frac{a+c+b}{a} = c \Rightarrow \frac{2+c+1}{2} = c$$

$$3+c=2c$$

$$c=3$$

Finalmente tenemos:

$$R(x) = (b+2c)x + (a+c^2)$$

$$\therefore R(x) \equiv 7x + 11$$

Rpta.: A

Resolución 3: La división dada es:

$$\frac{6x^4 - ax^3 + bx^2 + 10x}{3x^2 - 2x + 1}$$

Además: $R(x) = x + 2$,

Luego según el método de Horner procedemos de la manera siguiente:

3	6	-a	b	10	0
2		4	-2		
-1			2m	-m	
				2n	-n
	2	m	n	1	2

En las columnas de residuo:

$$\text{I. } -n = 2 \Rightarrow n = -2$$

$$\text{II. } 10 - m + 2n = 1 \Rightarrow 10 - m - 4 = 1$$

$$5 = m$$

Según el cambio de variable:

$$\frac{-a + 4}{3} = m \Rightarrow -a + 4 = 3m$$

$$-a + 4 = 15$$

$$-a = 11$$

$$a = -11$$

$$\frac{b - 2 + 2m}{3} = n \Rightarrow b - 2 + 2m = 3n$$

$$b - 2 + 10 = -6$$

$$b + 8 = -6$$

$$b = -14$$

Finalmente tenemos:

$$ab = (-11)(-14)$$

$$\therefore ab = 154$$

Rpta.: E

Resolución 4: Según el método de Horner tenemos:

1	1	b	5	0
-3		-3	c	
-c			-3b+9	-c(b-3)
	1	(b-3)	0	0

En las columnas de residuo:

I. $-c(b-3) = 0$, suponiendo que $c \neq 0$ es necesario que $b = 3$.

II. $5 - c - 3b + 9 = 0 \Rightarrow 5 - c - 9 + 9 = 0$

$$5 - c = 0$$

$$5 = c$$

Finalmente tenemos:

$$b + c = 3 + 5$$

$$\therefore b + c = 8$$

Rpta.: E

Resolución 5: Como la división es exacta podemos cambiar el orden de los datos, veamos:

$$\frac{-12 - 5x7x^2 - x^3 + bx^4 + ax^5}{-4 + x + 3x^2}$$

Ahora según el método de Horner tenemos:

-4	-12	-5	7	-1	b	a
-1		-3	-9			
-3			-2	-6		
				-1	-3	
					-2	-6
	3	2	1	2	0	0

En las columnas del residuo:

$$b - 3 - 2 = 0 \wedge a - 6 = 0$$

$$b = 5 \wedge a = 6$$

$$\therefore a + b = 11$$

Rpta.: E

Resolución 6: En cada división tenemos:

I. Por la regla de Ruffini:

	3	5	-6	0	18
-2	↓	-6	2	8	-16
	3	-1	-4	8	2

$$\Rightarrow R_1(x) = 2$$

II. Por la regla de Ruffini

	15	25	-18	-18	17	-11
$-\frac{5}{3}$	↓	-25	0	30	-20	5
	15	0	-18	12	-3	-6

$$\Rightarrow R_2(x) = -6$$

III. Por el teorema del resto:

$$x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = -2$$

$$D(x) = 3(x^2)^4 + (x^2)^3 - 5(x^2) + 1$$

Reemplazando x^2 por -2 :

$$R_3(x) = 3(-2)^4 + (-2)^3 - 5(-2) + 1$$

$$R_3(x) = 48 - 8 + 10 + 1$$

$$\Rightarrow R_3(x) = 51$$

Finalmente tenemos:

$$R_1(x) + R_2(x) + R_3(x) = 2 - 6 + 51$$

$$\therefore R_1(x) + R_2(x) + R_3(x) = 47$$

Rpta.: D

Resolución 7: Según el método de Horner tenemos:

2	8	18	a	b	c
-3		-12	-9	-6	-3
	4	3	2	1	-8

En el cociente: $\frac{a-9}{2} = 2 \Rightarrow a-9=4 \Rightarrow a=13$

$\frac{b-6}{2} = 1 \Rightarrow b-6=2 \Rightarrow b=8$

En el residuo: $c-3=-8 \Rightarrow c=-5$

$\therefore a+b+c=16$

Rpta.: C

Resolución 8: De acuerdo con el método de Horner procedemos de la manera siguiente:

K	K	(K-1)	(K ² -1)	-K	0	7
1		1	1	K	0	0
	1	1	K	0	0	7

Por condición se plantea:

$1+1+K=0$

$2+K=0$

$\therefore K=-2$

Rpta.: B

Resolución 9: Por el teorema del resto:

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$

En el dividendo tenemos:

$D(x) = (3x+5)^{2000} + (x+1)^{35} - x - 2$

Reemplazando x por -2:

$R(x) = (-6+5)^{2000} + (-2+1)^{35} - (-2) - 2$

$R(x) = (-1)^{2000} + (-1)^{35} + 2 - 2$

$R(x) = 1 - 1 + 0$

$\therefore R(x) = 0$

Rpta.: E

Resolución 10: Por el teorema del resto:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

En el dividendo tenemos:

$$D(x) = x^{2n+3} + 3x^{2n+2} - x^{2n+4} + 5x - 2$$

Reemplazando x por 1:

$$R(x) = (1)^{2n+3} + 3(1)^{2n+2} - (1)^{2n+4} + 5(1) - 2$$

$$R(x) = 1 + 3 - 1 + 5 - 2$$

$$\therefore R(x) = 6$$

Rpta.: D**Resolución 11:** En cada división dada aplicamos el teorema del resto.

$$I. \quad x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1$$

$$D(x) = 4(x^3)^3 + 3(x^3)^2 - 5(x^3) + 2$$

Reemplazando x^3 por 1:

$$R(x) = 4(1)^3 + 3(1)^2 - 5(1) + 2$$

$$R(x) = 4 + 3 - 5 + 2$$

$$\Rightarrow R(x) = 4$$

$$II. \quad x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5$$

$$D(x) = (x^2)^2 \cdot x - 3(x^2) \cdot x + 2x + 5$$

Reemplazando x^2 por 5:

$$R(x) = (5)^2 \cdot x - 3(5) \cdot x + 2x + 5$$

$$R(x) = 25x - 15x + 2x + 5$$

$$\Rightarrow R(x) = 12x + 5$$

 $\therefore$ Los residuos son 4 y $12x + 5$ **Rpta.: B**

Resolución 12: Por el teorema del resto:

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$$

En el dividendo tenemos:

$$D(x) \equiv a(x^2)^2 + b(x^2)x + 2b(x^2) - x - 3$$

Reemplazando x^2 por -1 :

$$R(x) \equiv a(-1)^2 + b(-1)x + 2b(-1) - x - 3$$

$$x + 5 \equiv a - bx - 2b - x - 3$$

$$x + 5 \equiv (-b - 1)x + (a - 2b - 3)$$

Por propiedad se cumple que:

$$1 = -b - 1 \Rightarrow b = -2$$

$$a - 2b - 3 = 5 \Rightarrow a + 4 - 3 = 5$$

$$a + 1 = 5$$

$$a = 4$$

Finalmente tenemos: $a + b = 4 + (-2)$

$$\therefore a + b = 2$$

Rpta.: A

Resolución 13: De acuerdo con la regla de Ruffini procedemos de la manera siguiente:

	$(\sqrt{3} - \sqrt{2})$	0	$-2\sqrt{2}$	0	$-2\sqrt{3}$	6
$\sqrt{3} + \sqrt{2}$	$\downarrow$	1	$\sqrt{3} + \sqrt{2}$	1	$\sqrt{3} + \sqrt{2}$	-1
	$\sqrt{3} - \sqrt{2}$	1	$\sqrt{3} - \sqrt{2}$	1	$\sqrt{2} - \sqrt{3}$	5

$$\therefore R(x) \equiv 5$$

Rpta.: E

Resolución 14: De acuerdo con el enunciado se plantean dos divisiones:

$$I. \frac{x^3 - 2x^2 + ax + b}{x - 2}$$

Por el teorema del resto:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Reemplazando en el dividendo x por 2 :

$$R_1(x) \equiv (2)^3 - 2(2)^2 + a(2) + b$$

$$R_1(x) \equiv 8 - 8 + 2a + b$$

$$R_1(x) \equiv 2a + b$$

$$II. \frac{x^3 - 2x^2 + ax + b}{x + 1}$$

Por el teorema del resto:

$$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

Reemplazando en el dividendo x por -1 :

$$R_2(x) \equiv (-1)^3 - 2(-1)^2 + a(-1) + b$$

$$R_2(x) \equiv -1 - 2 - a + b$$

$$R_2(x) \equiv -3 - a + b$$

Por condición:

$$2a + b = 3 \wedge -3 - a + b = 9$$

$$2a + b = 3 \wedge b - a = 12$$

$$b = 3 - 2a \wedge b = a + 12 \quad \dots\dots\dots (*)$$

$$a + 12 = 3 - 2a$$

$$3a = -9$$

$$a = -3$$

Ahora en (*):

$$b = 3 - 2(-3)$$

$$b = 3 + 6$$

$$b = 9$$

$$\therefore a + b = 6$$

Rpta.: D

Resolución 15: De acuerdo con la teoría el grado máximo del residuo es igual que el grado del divisor disminuido en uno.

$$[R(x)]_{\max}^o = (2mn - 1) - 1 = 2mn - 2$$

$$\therefore [R(x)]_{\max}^o = 2(mn - 1)$$

Rpta.: A

Resolución 16: De acuerdo con el enunciado los elementos que se conocen de la división son:

$$D(x) = \alpha x^8 + 20x^4 + \beta x^2 + 6$$

$$d(x) = x^3 - 2x^2 + 3$$

$$R(x) = \theta + 7 + 9x^2$$

La identidad fundamental de la división es:

$$D(x) = d(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

Para $x = -1$, tenemos:

$$D(-1) = d(-1) \cdot Q(-1) + R(-1)$$

Reemplazando valores conocidos:

$$\alpha + 20 + \beta + 6 = 0 \cdot Q(-1) + \theta + 7 + 9$$

$$\alpha + 20 + \beta + 6 = 0 + \theta + 16$$

$$\alpha + 20 + \beta - \theta = 16 - 6$$

$$\therefore \alpha + \beta + \theta = 10$$

Rpta.: E

Resolución 17: De acuerdo con el enunciado procedemos a utilizar el método de Horner:

5	15	7	A	B	C
1		3	-9		
-3			2	-6	
				1	-3
	3	2	1	2	5

En el cociente: $\frac{A - 9 + 2}{5} = 1 \Rightarrow A - 7 = 5$

$$A = 12$$

En el residuo: $B - 6 + 1 = 2 \wedge C - 3 = 5$

$$B = 7 \wedge C = 8$$

Finalmente tenemos:

$$A + B + C = 12 + 7 + 8$$

$$\therefore A + B + C = 27$$

Rpta.: B

Resolución 18: Efectuando la división según el método de Horner:

3	9	0	-1	m	n
2		6	3		
1			4	2	
				4	2
	3	2	2	m^2	n^{10}

En las columnas del residuo:

$$I. m + 6 = m^2 \Rightarrow m^2 - m - 6 = 0$$

$$(m - 3)(m + 2) = 0$$

$$m = 3 \vee m = -2$$

Por condición: $m \in \mathbb{Z}^+$, luego sólo aceptamos $m = 3$.

$$II. n + 2 = n^{10}, \text{ como } n \in \mathbb{Z} \text{ fácilmente podemos reconocer que } n = -1.$$

Finalmente tenemos:

$$m \cdot n = (3) \cdot (-1)$$

$$\therefore mn = -3$$

Rpta.: A

Resolución 19: Según el método de Horner tenemos:

n	n	-1	0	3n	-3
1		1	0	0	3
	1	0	0	3	0

Aquí reconocemos que:

$$Q(x) \equiv x^3 + 3$$

$$\therefore \Sigma \text{ de coeficientes} = 4$$

Rpta.: D

Resolución 20: Para plantear los casos pedidos es necesario determinar el resto, en función de n , de la división dada:

$$\frac{2x^3 - 7x^2 + 15x + n}{x - 2}$$

Por el teorema del resto:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Reemplazando es el dividendo x por 2:

$$R(x) \equiv 2(2)^3 - 7(2)^2 + 15(2) + n$$

$$R(x) \equiv 16 - 28 + 30 + n$$

$$R(x) \equiv n + 18$$

Ahora según las condiciones tenemos:

$$\text{I. } R(x) = -6 \Rightarrow n + 18 = -6$$

$$n = -24$$

$$\text{II. } R(x) = 0 \Rightarrow n + 18 = 0$$

$$n = -18$$

$\therefore$ Valores de n : -24 y -18

Rpta.: A

Resolución 21: De acuerdo con el enunciado se plantean dos divisiones:

$$\text{I. } \frac{x^3 - 2x^2 + ax + b}{x + 2}$$

Por el teorema del resto:

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$R(x) \equiv (-2)^3 - 2(-2)^2 + a(-2) + b$$

$$8 = -8 - 8 - 2a + b$$

$$2a - b = -24 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{II. } \frac{x^3 + 2x^2 + ax + b}{x - 1}$$

Por el teorema del resto:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$R(x) \equiv (1)^3 + 2(1)^2 + a(1) + b$$

$$9 = 1 + 2 + a + b$$

$$9 = 3 + a + b$$

$$a + b = 6 \quad \dots\dots\dots(2)$$

Efectuando (1)+(2): $2a - b + a + b = -24 + 6$

$$3a = -18$$

$$a = -6$$

Reemplazando en (2) tenemos:

$$-6 + b = 6$$

$$b = 12$$

Finalmente tenemos:

$$a \cdot b = (-6) \cdot 12$$

$$\therefore ab = -72$$

Rpta.: D

Resolución 22: Del esquema tenemos:

$$\text{I. } -1 + d = -3 \Rightarrow d = 2$$

$$\text{II. } -\frac{1}{3} \cdot c = d \Rightarrow -\frac{c}{3} = 2 \Rightarrow c = 6$$

$$\text{III. } -\frac{1}{3} \cdot e = -2 \Rightarrow e = 6$$

$$\text{IV. } f + 1 = e \Rightarrow f + 1 = 6 \Rightarrow f = 5$$

$$\text{V. } -4 - 2 = b \Rightarrow -6 = b$$

$$\text{VI. } -5 + a = -3 \Rightarrow a = 2$$

Finalmente tenemos:

$$a + b + c + d + e + f = 2 - 6 + 6 - 2 + 6 + 5$$

$$\therefore a + b + c + d + e + f = 11$$

Rpta.: D

Resolución 23: Dando uso de la regla de Ruffini tenemos:

	$(\sqrt{3} - 1)$	$\sqrt{2}$	$(\sqrt{2} - \sqrt{3})$	$(2\sqrt{6} - 1)$
$\sqrt{2}$	$\downarrow$	$\sqrt{6} - \sqrt{2}$	$2\sqrt{3}$	$\sqrt{6} + 2$
	$\sqrt{3} - 1$	$\sqrt{6}$	$\sqrt{3} + \sqrt{2}$	$R(x)$

Finalmente tenemos:

$$R(x) \equiv 2\sqrt{6} - 1 + \sqrt{6} + 2$$

$$\therefore R(x) \equiv 3\sqrt{6} + 1$$

Rpta.: A

Resolución 24: De acuerdo con el método de Horner procedemos de la manera siguiente:

3	27	-18	-6m	13
1	9	-3	-2m + 1	
	9	-3	-2m - 1	12 - 2m

Por condición:

$$9 - 3 - 2m - 1 = 25$$

$$5 - 2m = 25$$

$$-2m = 20$$

$$m = -10$$

Finalmente tenemos:

$$R(x) = 12 - 2m$$

$$R(x) = 12 - 2(-10)$$

$$\therefore R(x) = 32$$

Rpta.: A

Resolución 25: La división dada es:

$$\frac{x^5(x+3)^5 + (x+1)(x+3) + 7}{(x+1)(x+2) - 3}$$

$$\frac{[x(x+3)]^5 + x^2 + 3x + 3 + 7}{x^2 + 3x + 2 - 3}$$

$$\frac{(x^2 + 3x)^5 + (x^2 + 3x) + x + 10}{x^2 + 3x - 1}$$

Por el teorema del resto:

$$x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x^2 + 3x = 1$$

Reemplazando en el dividendo:

$$R(x) = (1)^5 + (1) + x + 10$$

$$R(x) = 1 + 1 + x + 10$$

$$R(x) = x + 12$$

$$\therefore \text{T. I. de } x \text{ en } R(x) = 12$$

Rpta.: C

Resolución 26: La división dada es:

$$\frac{x^{37} + x^{25} + x^7 + 2}{x^2 + x + 1}$$

Por restos especiales:

$$\frac{(x^{37} + x^{25} + x^7 + 2)(x-1)}{(x^2 + x + 1)(x-1)}$$

$$\frac{(x^{37} + x^{25} + x^7 + 2)(x-1)}{x^3 - 1}$$

Por el teorema del resto:

$$x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1$$

$$D'(x) \equiv (x^{37} + x^{25} + x^7 + 2)(x-1)$$

$$D'(x) \equiv [(x^3)^{12} \cdot x + (x^3)^8 \cdot x + (x^3)^2 \cdot x + 2](x-1)$$

Reemplazando x^3 por 1:

$$R'(x) \equiv [x + x + x + 2](x-1)$$

$$R'(x) \equiv (3x + 2)(x-1)$$

Recordemos que: $R(x) \equiv \frac{R'(x)}{(x-1)}$

$$\therefore R(x) \equiv 3x + 2$$

Rpta.: D**Resolución 27:** Por condición la división:

$$\frac{x^3 + y^3 + z^3 + mxyz}{x + y + z}$$

es exacta, luego por el teorema del resto: $x + y + z = 0$.Por equivalencia condicional se cumple que: $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$

Ahora el dividendo se transforma en residuo, siempre que:

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

$$D(x; y; z) \equiv x^3 + y^3 + z^3 + mxyz$$

$$R(x; y; z) \equiv 3xyz + mxyz \equiv (3 + m)xyz$$

Según la condición: $R(x; y; z) = 0$

$$(3 + m)xyz = 0$$

$$3 + m = 0$$

$$\therefore m = -3$$

Rpta.: B

Resolución 28: La división propuesta es:

$$\frac{(x+3)^4(x+5)^2}{(x+4)(x+1)}$$

Como el divisor es de segundo grado, el máximo grado del residuo deberá ser uno, la forma del residuo es: $R(x) \equiv ax + b$, luego por la identidad fundamental de la división tenemos:

$$D(x) \equiv d(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

$$(x+3)^4(x+5)^2 \equiv (x+4)(x+1)Q(x) + ax + b$$

$$\text{Si } x = -4 \Rightarrow -4a + b = 1 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{Si } x = -1 \Rightarrow -a + b = 256 \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{Efectuando } (2) - (1): 3a = 255$$

$$a = 85$$

Reemplazando en (2) tenemos:

$$-85 + b = 256$$

$$b = 341$$

$$\therefore R(x) \equiv 85x + 341$$

Rpta.: C

Resolución 29: La división dada es:

$$\frac{(x-2)^{35}(x+4)^2}{(x-2)^{36}}$$

Dando uso de los restos especiales procedemos a dividir cada término por $(x-2)^{35}$ y obtenemos:

$$\frac{(x+4)^2}{x-2}$$

Por el teorema del resto:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$D'(x) \equiv (x+4)^2$$

$$R'(x) \equiv (2+4)^2 = 6^2 = 36$$

$$\text{Recordemos que: } R(x) \equiv R'(x) \cdot (x-2)^{35}$$

$$\therefore R(x) \equiv 36(x-2)^{35}$$

Rpta.: B

Resolución 30: Del enunciado tenemos:

$$I. [P(x) + 2] \div (x - 2) \Rightarrow R(x) \equiv 0$$

$$P(x) + 2 \equiv (x - 2) \cdot Q(x)$$

$$P(2) + 2 \equiv 0$$

$$P(2) = -2$$

$$II. [P(x) - 1] \div (x + 1) \Rightarrow R(x) \equiv 0$$

$$P(x) - 1 \equiv (x + 1) \cdot Q'(x)$$

$$P(-1) - 1 \equiv 0$$

$$P(-1) = 1$$

$$III. P(x) \div (x^2 - x - 2) \Rightarrow R(x) = ?$$

$$\text{Observa que: } R(x) \equiv ax + b,$$

Luego por la identidad fundamental de la división tenemos:

$$P(x) \equiv (x^2 - x - 2) \cdot Q''(x) + ax + b$$

$$\text{Si } x = 2 \Rightarrow 2a + b = -2$$

$$\text{Si } x = -1 \Rightarrow -a + b = 1$$

Restando las ecuaciones:

$$2a + b + a - b = -2 - 1$$

$$3a = -3$$

$$a = -1$$

Reemplazando en la segunda ecuación tenemos:

$$-(-1) + b = 1$$

$$1 + b = 1$$

$$b = 0$$

Finalmente tenemos: $R(x) \equiv ax + b$

$$\therefore R(x) \equiv -x$$

Rpta.: B

Resolución 31: En la primera división, según el teorema del resto, tenemos: $P(-1) = 3$.
En la segunda división, según el teorema del resto, tenemos:

$$R(x) \equiv [P(-1)]^4$$

$$R(x) \equiv [3]^4$$

$$\therefore R(x) \equiv 81$$

Rpta.: E

Resolución 32: La división dada es:

$$\frac{x^{3^{2n}} + 1}{x^{3^n} + 1}; n \in \mathbb{Z}^+$$

Por teorema del resto:

$$x^{3^n} + 1 = 0 \Rightarrow x^{3^n} = -1$$

En el dividendo tenemos:

$$D(x) \equiv x^{3^{2n}} + 1 \equiv (x^{3^n})^{3^n} + 1$$

Reemplazando x^{3^n} por -1 :

$$R(x) \equiv (-1)^{3^n} + 1 \equiv -1 + 1$$

$$\therefore R(x) \equiv 0$$

Rpta.: B

Resolución 33: La división dada se puede reescribir de la manera siguiente:

$$\frac{(x-6)^6 + (x-3)^5 + x + 4}{(x-5)(x-3)}$$

Fácilmente podemos reconocer que el grado máximo del residuo es uno, luego su forma será: $R(x) \equiv ax + b$

Por la identidad fundamental de la división tenemos:

$$(x-5)^6 + (x-3)^5 + x + 4 = (x-5)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$\text{Para } x = 5 \Rightarrow 5a + b = 32 + 5 + 4$$

$$5a + b = 41 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{Para } x = 3 \Rightarrow 3a + b = 64 + 3 + 4$$

$$3a + b = 71 \quad \dots\dots\dots(2)$$

Efectuando (2) - (1):

$$5a + b - 3a - b = 41 - 71$$

$$2a = -30$$

$$a = -15$$

Reemplazando en (2) tenemos:

$$3(-15) + b = 71$$

$$-45 + b = 71$$

$$b = 116$$

Finalmente tenemos: $R(x) \equiv ax + b$

$$\therefore R(x) \equiv -15x + 116$$

Rpta.: A

Resolución 34: La división dada es:

$$\frac{ax^2 - (a+1)x + a}{x + a}$$

Por el teorema del resto:

$$x + a = 0 \Rightarrow x = -a$$

Reemplazando en el dividendo x por $-a$:

$$f(a) = a(-a)^2 - (a+1)(-a) + a$$

$$f(a) = a^3 + a^2 + a + a$$

$$F(a) = a^3 + a^2 + 2a$$

Finalmente hallemos el resto de dividir $f(a) \div a$.Por el teorema del resto: $a = 0$

$$\text{Ahora tenemos: } f(0) = 0^3 + 0^2 + 2(0)$$

$$f(0) = 0 + 0 + 0$$

$$\therefore f(0) = 0$$

Rpta.: B**Resolución 35:** Por condición:

$$\text{I. } P(x) \div (x - 2) \Rightarrow R(x) \equiv 5$$

$$\text{Por el teorema del resto: } P(2) = 5$$

$$\text{II. } P(x) \div (x + 3) \Rightarrow R(x) \equiv 10$$

$$\text{Por el teorema del resto: } P(-3) = 10$$

$$\text{III. } P(x) \div [(x + 3)(x - 2)] \Rightarrow R(x) \equiv ?$$

Según la teoría $R(x) \equiv ax + b$, por la identidad fundamental de la división se plantea:

$$P(x) \equiv (x + 3)(x - 2)Q(x) + ax + b$$

$$\text{Si } x = 2 \Rightarrow 2a + b = 5 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{Si } x = -3 \Rightarrow -3a + b = 10 \quad \dots\dots\dots(2)$$

Efectuando (1) - (2):

$$2a + b + 3a - b = 5 - 10$$

$$5a = -5$$

$$a = -1$$

Reemplazando en (1) tenemos:

$$2(-1) + b = 5$$

$$-2 + b = 5$$

$$b = 7$$

Finalmente tenemos: $R(x) \equiv ax + b$

$$\therefore R(x) \equiv -x + 7$$

Rpta.: A

Resolución 36: Por condición se plantea la siguiente división exacta:

$$\frac{x^3 + Ax^2 + Bx}{x^2 + 3x - 4}$$

De acuerdo con el método de Horner procedemos de la manera siguiente:

1	1	A	B	0
-3		-3	4	
4			-3(A-3)	4(A-3)
	1	(A-3)	0	0

En las columnas del residuo:

$$\text{I. } 4(A-3) = 0 \Rightarrow A = 3$$

$$\text{II. } B + 4 - 3(A-3) = 0$$

$$B + 4 = 0$$

$$B = -4$$

Ahora la división dada:

$$\frac{P(x) + C}{x - 2}$$

Se puede reescribir así:

$$\frac{x^3 + 3x^2 - 4x + C}{x - 2}$$

Por el teorema del resto:

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Por condición se cumple que:

$$(2)^3 + 3(2)^2 - 4(2) + C = 0$$

$$8 + 12 - 8 + C = 0$$

$$12 + C = 0$$

$$\therefore C = -12$$

Rpta.: E

Resolución 37: Por el teorema del resto: $x = 0$

En el dividendo tenemos:

$$D(x) = x^{10} + x^7 + 5$$

Reemplazando x por 0:

$$R(x) = 0 + 0 + 5$$

$$\therefore R(x) = 5$$

Rpta.: E

Resolución 38: La división dada es:

$$\frac{x^{21} - x^2 + 1}{x^2 + x + 1}$$

Por restos especiales tenemos:

$$\frac{(x^{21} - x^2 + 1)(x - 1)}{(x^2 + x + 1)(x - 1)}$$

$$\frac{(x^{21} - x^2 + 1)(x - 1)}{x^3 - 1}$$

Por el teorema del resto:

$$x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1$$

$$D'(x) \equiv (x^{21} - x^2 + 1)(x - 1)$$

$$D'(x) \equiv x^{22} - x^3 + x - x^{21} + x^2 - 1$$

$$D'(x) \equiv (x^3)^7 \cdot x - (x^3) + x - (x^3)^7 + x^2 - 1$$

Reemplazando x^3 por 1:

$$R'(x) \equiv x - 1 + x - 1 + x^2 - 1$$

$$R'(x) \equiv x^2 + 2x - 3$$

$$R'(x) \equiv (x + 3)(x - 1)$$

Recordemos que: $R(x) = \frac{R'(x)}{x - 1}$

$$\therefore R(x) \equiv x + 3$$

Rpta.: C**Resolución 39:** De acuerdo con el método de Horner procedemos de la manera siguiente:

1	1	3	0	a	0	b	5	10
2		2	0	0	0	-1		
0			10	0	0	0	-5	
0				20	0	0	0	-10
0								
-1								
	1	5	10	0	0	0	0	0

En las columnas del residuo:

$$a + 20 = 0 \wedge b - 1 = 0$$

$$a = -20 \wedge b = 1$$

$$\therefore a + b = -19$$

Rpta.: A

Resolución 40: La división dada se puede reescribir de la forma siguiente:

$$\frac{(x-1)^{11}}{(x+1)(x-1)}$$

De acuerdo con la teoría de los restos especiales procedemos a dividir a cada término por $(x-1)$.

$$\frac{(x-1)^{10}}{(x+1)}$$

Por el teorema del resto:

$$x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

$$D'(x) \equiv (x-1)^{10}$$

Remplazando x por -1 :

$$R'(x) \equiv (-1-1)^{10} = (-2)^{10} = 2^{10}$$

Recordemos que: $R(x) \equiv R'(x) \cdot (x-1)$

$$\therefore R(x) \equiv 2^{10}(x-1)$$

Rpta.: E

Resolución 41: De acuerdo con el enunciado se plantea la siguiente división exacta:

$$\frac{4x^2 - (x+a)^4}{x+a+4}$$

Por el teorema del resto:

$$x+a+4=0 \Rightarrow x=-a-4$$

$$D(x) \equiv 4x^2 - (x+a)^4$$

Reemplazando x por $-a-4$:

$$R(x) \equiv 4(-a-4)^2 - (-a-4+a)^4$$

$$R(x) \equiv 4(a+4)^2 - (-4)^4$$

$$0 \equiv 4(a+4)^2 - 4^4$$

$$4^4 = 4(a+4)^2$$

$$4^3 = (a+4)^2$$

$$\sqrt{4^3} = (a+4)$$

$$2^3 = a+4$$

$$8 = a+4$$

$$\therefore a = 4$$

Rpta.: A

Resolución 42: De acuerdo con la propiedad del número de términos, se plantea:

$$\frac{3m+9}{m} = \frac{30}{m+2} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{m+3}{m} = \frac{10}{m+2}$$

$$(m+3)(m+2) = 10m$$

$$m^2 + 5m + 6 = 10m$$

$$m^2 + 5m + 6 = 0$$

$$(m-2)(m-3) = 0$$

$$m = 2 \vee m = 3$$

Una minuciosa inspección permite asegurar que $m=2$ no verifica la relación (1):

$$\therefore m = 3$$

Rpta.: C

Resolución 43: Por condición se cumple que:

$$\frac{n}{3} = 5 \Rightarrow n = 15$$

Ahora la división notable será:

$$\frac{x^{15} - 1}{x^3 - 1}$$

Por propiedad, el cociente notable será:

$$x^{12} + x^9 + x^6 + x^3 + 1$$

Sea "S" la suma pedida, luego:

$$\therefore S = x^6 + 1$$

Rpta.: C

Resolución 44: El número de términos es: $n = \frac{50}{2} = 25$.

Por fórmula:

$$T_k = (\text{signo}) x^{n-k} y^{k-1}$$

$$T_{10} = (-)[x^2]^{25-10} \cdot [y^5]^{10-1}$$

$$T_{10} = -(x^2)^{15} \cdot (y^5)^9$$

$$T_{10} = -x^{30} y^{45}$$

Finalmente tenemos: $[T_{10}] = 30 + 45$

$$\therefore [T_{10}] = 75$$

Rpta.: D

Resolución 45: Sea " T_k " el término que menciona la condición, luego por fórmula:

$$T_k = (+) \cdot (x^5)^{40-k} (y^7)^{k-1}$$

$$T_k = x^{200-5k} \cdot y^{7k-7}$$

Por condición se plantea:

$$200 - 5k + 7k - 7 = 213$$

$$7k - 5k = 213 - 200 + 7$$

$$2k = 20$$

$$k = 10$$

∴ El lugar del término es diez.

Rpta.: C

Resolución 46: Por propiedad se cumple que: $n = \frac{a}{2} = \frac{b}{4}$ (1)

Por fórmula se plantea que:

$$T_k = (x^2)^{n-k} (y^4)^{k-1}$$

$$T_k = x^{2n-2k} y^{4k-4}$$

Por condición se cumple que:

$$\text{I. } 4k - 4 = 16 \Rightarrow 4k = 20$$

$$k = 5$$

$$\text{II. } 2n - 2k = 12 \Rightarrow 2n = 2k + 12$$

$$n = k + 6$$

$$n = 5 + 6$$

$$n = 11 \quad \text{.....(2)}$$

Reemplazando (2) en (1):

$$11 = \frac{a}{2} = \frac{b}{4}$$

$$a = 22 \wedge b = 44$$

$$\therefore a + b = 66$$

Rpta.: C

Resolución 47: Según la propiedad del número de términos: $n = \frac{42}{2} = 21$

Fácilmente podemos reconocer que el término central ocupa el lugar once.

Por fórmula tenemos: $T_{11} = (x^2)^{22-11} (y^3)^{11-1}$

$$T_{11} = (x^2)^{10} (y^3)^{10}$$

$$\therefore T_{11} = x^{20} y^{30}$$

Rpta.: D

Resolución 48: Por propiedad se cumple que: $\frac{n+3m}{2} = \frac{7m}{4} = 14$

$$\text{I. } \frac{7m}{4} = 14 \Rightarrow 7m = 14 \cdot 4 \Rightarrow m = 8$$

$$\text{II. } \frac{n+3m}{2} = 14 \Rightarrow n + 24 = 28 \Rightarrow n = 4$$

Halleemos el término de lugar "m - n" es decir es término de lugar 4.

$$T_4 = (x^2)^{14-4} (y^4)^{4-1}$$

$$T_4 = (x^2)^{10} (y^4)^3$$

$$T_4 = x^{20} y^{12}$$

Finalmente tenemos: $[T_4]^0 = 20 + 12$

$$\therefore [T_4]^0 = 32$$

Rpta.: C

Resolución 49: Sea "S" la expresión simplificada, luego reemplazando las divisiones notables en cada término tenemos:

$$S = \frac{\frac{x^{64} - 1}{x^2 - 1}}{(x^{32} + 1) \left(\frac{x^{16} - 1}{x^2 - 1} \right)}$$

$$S = \frac{x^{64} - 1}{(x^{32} + 1)(x^{16} - 1)}$$

$$S = \frac{(x^{32} + 1)(x^{16} + 1)(x^{16} - 1)}{(x^{32} + 1)(x^{16} - 1)}$$

$$\therefore S = x^{16} + 1$$

Rpta.: C

Resolución 50: Por fórmula tenemos: $T_k = (x^2)^{20-k} (y)^{k-1}$

$$T_k = x^{40-2k} y^{k-1}$$

Por condición: $40 - 2k - k + 1 = 11$

$$41 - 3k = 11$$

$$30 = 3k$$

$$10 = k$$

$\therefore$ El lugar del término es diez.

Rpta.: D

Resolución 51: Los polinomios dados son:

Dividendo: $P(x) \equiv 8x^5 + 0x^4 + 4x^3 + ax^2 + bx + c$

Divisor: $F(x) \equiv 2x^3 + x^2 + 0x + 3$

Residuo: $R(x) \equiv x^2 + 7x + 4$

Ahora en el esquema de Horner se tendrá:

2	8	0	4	a	b	c
-1		-4	0	-12		
0			2	0	6	
-3				-3	0	9
	4	-2	3	1	7	4

De donde: $a - 12 - 3 = 1 \wedge b + 6 = 7 \wedge c - 9 = 4$

Con lo cual: $a = 16 \wedge b = 1 \wedge c = 13$

$\therefore a + b + c = 30$

Rpta.: A

Resolución 52: Los polinomios dados son:

Dividendo: $D(x) \equiv 6x^5 + 15x^4 - x^3 - 13x^2 + 5x + a$

Divisor: $d(x) \equiv 2x + 3$

Ahora en el esquema de Ruffini se tendrá:

	6	15	-1	-13	5	a
$-\frac{3}{2}$	$\downarrow$	-9	-9	15	-3	-3
	6	6	-10	2	2	a-3

Por condición: Resto = T. I. de x en $Q(x)$

$a - 3 = \frac{2}{2} \Leftrightarrow a - 3 = 1$

$\therefore a = 4$

Rpta.: D

Resolución 53: Por condición $R(x) \equiv 0$, según Horner tenemos:

1	1	-2	-6	a	b	c
3		3	1	-3		
1			3	1	-3	
-3				-6	-2	6
	1	1	-2	0	0	0

De donde: $a + 3 + 1 - 6 = 0 \wedge b - 3 - 2 = 0 \wedge c + 6 = 0$

Con lo cual: $a = 8 \wedge b = 5 \wedge c = -6$

$\therefore a + b + c = 7$

Rpta.: B

Resolución 54: Asumiendo un cociente $Q(x)$ y de acuerdo con la identidad fundamental de la división podemos plantear:

$$ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + fx + g = (2x^2 - x - 1) \cdot Q(x) + 3x + 1$$

Haciendo $x = 1$: $a + b + c + d + f + g = (2 - 1 - 1)Q(1) + 3 \cdot 1 + 1$

$$\therefore a + b + c + d + f + g = 4$$

Rpta.: C



OBSERVACIÓN

El problema también pudo ser resuelto según el método de Horner, dejamos al lector la aplicación de dicho método.

Resolución 55: Teniendo en cuenta el método de Ruffini, el valor pedido será igual al residuo de dividir $F(x) \div [x - (\sqrt{2} - 1)]$, veamos:

	1	0	$(3\sqrt{2} - 2)$	0	0	$(2\sqrt{2} - 1)$
$\sqrt{2} - 1$	↓	$\sqrt{2} - 1$	$3 - 2\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2} - 1$	$3 - 2\sqrt{2}$
	1	$\sqrt{2} - 1$	$\sqrt{2} + 1$	1	$\sqrt{2} - 1$	$F(\sqrt{2} - 1)$

$$\therefore F(\sqrt{2} - 1) = 2$$

Rpta.: B

Resolución 56: Por condición: $A_3 = 2$

Del esquema tenemos:

$$T_1 \cdot A_1 = 12$$

$$N_3 + T_2 = A_3 \Rightarrow N_3 + T_2 = 2$$

$$T_1 \cdot A_5 = -28$$

$$A_6 = 20 - 28 \Rightarrow A_6 = -8$$

Finalmente: $T_1 A_1 + N_3 + T_2 + T_1 A_5 - A_6 = 12 + 2 - 18 - (-8)$

$$\therefore T_1 A_1 + N_3 + T_2 + T_1 A_5 - A_6 = -6$$

Rpta.: E

Resolución 57: Los polinomios dados son:

Dividendo: $D(x) = x^{19} + 0x^{18} + 0x^{17} + 0x^{16} + \dots + 0x^2 - nx + k$

$d(x) = x^2 - 2x + 1$

Por condición: $R(x) = 0$

Ahora en el esquema de Horner:

		18 términos											
1		1	0	0	0	0		0	0			-n	k
2		2	-1										
-1			4	2								-17	
				6	-3							36	-18
		1	2	3	Por inducción					17	18	0	0

Se cumple: $-n - 17 + 36 = 0 \quad \wedge \quad k - 18 = 0$

$n = 19 \quad \wedge \quad k = 18$

$\therefore \frac{n+19}{k+1} = 2$

Rpta.: D

Resolución 58: De acuerdo con el método de Ruffini tenemos:

	99 términos														
		2	-1	0	0	0		0	5	-10		18			
1		↓	2	1	1	1		1	1	6		-4			
		2	1	1	1	1	Por inducción				1	6	-4		14
		96 términos													

Si $Q(x)$ es el cociente, se pide $Q(1)$:

$Q(1) = 2 + \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{96 \text{ términos}} + 6 - 4$

$Q(1) = 2 + (1) \cdot 96 + 6 - 4 = 2 + 96 + 2$

$\therefore Q(1) = 100$

Rpta.: A

Resolución 59: De acuerdo con la propiedad del método de Horner procedemos de la manera siguiente:

$$P(x) = -1 + 0x + 0x^2 + 0x^3 + 0x^4 + bx^5 + 0x^6 + ax^7$$

$$F(x) = -1 - x + 0x^2 + cx^3 + nx^4 + mx^5$$

-1	-1	0	0	0	0	b	0	a
1		1	0	-c	-n	-m		
0			-1	0	c	n	m	
-c				1	0	-c	-n	-m
-n								
-m								
	1	-1	1	0	0	0	0	0

Se cumple:

$$-c + 1 = 0 \Rightarrow c = 1$$

$$-n + c = 0 \Rightarrow n = 1$$

$$b - m + n - c = 0 \wedge m - n = 0 \wedge a - m = 0$$

$$b = m - n + c \wedge m = n \wedge a = m$$

Como $a = 1 \wedge c = 1$: $b = m - 1 + 1 \wedge m = 1 \wedge a = m$

$$b = m \wedge m = 1 \wedge a = m$$

$$b = 1 \wedge m = 1 \wedge a = 1$$

$$\therefore ab + mn + c = 3$$

Rpta.: C

Resolución 60: Según el método de Horner tenemos:

2	8	6	1	a	2	b
1		4	-4			
-1			5	-5		
				1	-1	
					$\frac{a-4}{2}$	$\frac{4-a}{2}$
	4	5	1	$\left(\frac{a-4}{2}\right)$	$(b+1)$	$(a-4)$

En el residuo se tiene: $2 - 1 + \frac{a-4}{2} = b + 1$

$$a = 2b + 4 \quad \dots\dots\dots(1)$$

Asimismo también: $b + \frac{4-a}{2} = a - 4$

$$2b = 3a - 12 \quad \dots\dots\dots(2)$$

Reemplazando (2) en (1): $a = 3a - 12 + 4 \Rightarrow a = 4$

De la relación (1) tenemos: $a = 2b + 4 \Leftrightarrow 4 = 2b + 4 \Rightarrow 0 = b$

Se pide el valor de: $T = \sqrt[3]{a^2 \sqrt{a-b}} = \sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}}$

$$\therefore T = 16$$

Rpta.: D

Resolución 61: Por condición $R(x) \equiv 0$, luego por Horner se tendrá:

1	1	0	0	0	-29	(2n + 8)
-n		-n	1			
1			n ²	-n		
				-n ³ - n	n ² + 1	
					n ⁴ + 2n ²	-n ³ - 2n
	1	-n	(n ² + 1)	(-n ³ - 2n)	0	0

En el residuo se tiene:

$$2n + 8 - n^3 - 2n = 0$$

$$n^3 = 8$$

$$\therefore n = 2$$

Rpta.: B

Resolución 62: Del esquema tenemos:

$$\frac{A_1}{3} = 2 \Rightarrow A_1 = 6$$

$$\frac{A_2 + 4}{3} = 3 \Rightarrow A_2 = 5$$

$$\frac{A_3 - 12 + 6}{3} = -7 \Rightarrow A_3 = -15$$

$$\text{Asimismo: } A_4 - 18 - 14 = 6 \wedge A_5 + 42 = 8$$

$$A_4 = 38 \wedge A_5 = -34$$

$$\therefore \text{Mayor coeficiente} = 38$$

Rpta.: B

Resolución 63: Según el método de Horner tenemos:

1	4	-4	m	n	2
0		0	-4		
-1			0	4	
				0	4 - m
	4	-4	(m - 4)	(n + 4)	(6 - m)

$$\text{De donde: } Q(x) \equiv 4x^2 - 4x + (m - 4)$$

$$R(x) \equiv (n + 4)x + (6 - m)$$

$$\text{Condición: } R^2(x) \equiv Q(x)$$

$$[(n+4)x + (6-m)]^2 \equiv 4x^2 - 4x + (m-4) \dots\dots\dots(1)$$

Para $x = 0$: $(6-m)^2 = m-4$

Siendo $m=5$ obtenemos:

$$(n+5)^2 = 1 \Leftrightarrow n = -4 \text{ ó } n = -6$$

De (1) podemos notar que $n \neq -4$, luego:

$$m = 5 \rightarrow n = -6$$

Siendo $m=8$ obtenemos:

$$(n+2)^2 = 4 \Leftrightarrow n = 0 \vee n = -4$$

Lo cual no verifica la relación (1):

$$\therefore m+n = -1$$

Rpta.: A

Resolución 64: En el esquema de Horner el residuo deberá tener 3 términos, luego:

$$R(x) \equiv 0x^2 + bx + c$$

3	6	-1	a		-3	0	4
2		4	2		4		
1			2		1	2	
					$2\left(\frac{a+4}{3}\right)$	$\frac{a+4}{3}$	$2\left(\frac{a+4}{2}\right)$
	2	1	$\left(\frac{a+4}{3}\right)$		0	b	c

Se cumple: $-3 + 4 + 1 + 2\left(\frac{a+4}{3}\right) = 0$

$$2\left(\frac{a+4}{3}\right) = -2$$

$$\frac{a+4}{3} = -1 \Rightarrow a = -7$$

Asimismo: $2 + \frac{a+4}{3} = b \Leftrightarrow 2 - 1 = b \Rightarrow b = 1$

También: $4 + 2\left(\frac{a+4}{3}\right) = c \Leftrightarrow 4 + 2(-1) = c \Rightarrow c = 2$

$$\therefore a + b + c = -4$$

Rpta.: B

Resolución 65: Se tiene: $D(x) \equiv nx^{51} + 0x^{50} + 0x^{49} + \dots + 0x^2 + 2mx + (2m - n)$

$$d(x) \equiv x - 1 \quad \wedge \quad R(x) \equiv 16$$

Ahora según Ruffini tenemos:

	51 términos								
	n	0	0	0		0	0	2m	(2m - n)
1	↓	n	n	n		n	n	n	2m + n
	n	n	n	n		n	n	2m + n	16
	50 términos								

Del residuo: $4m = 16 \Rightarrow m = 4$

Por condición: $\underbrace{n + n + n + \dots + n}_{50 \text{ términos}} + 2m + n = 161$

$$50n + 2m + n = 161$$

$$51n + 8 = 161$$

$$51n = 153$$

$$\therefore n = 3$$

Rpta.: C

Resolución 66: Por condición: $5a - 3 = 2 \quad \wedge \quad 2b - 7 = 1$

$$a = 1 \quad \wedge \quad b = 4$$

Ahora la división será:

$$\frac{4x^2 + 4x + 10}{x - 1}$$

Por el teorema del resto: $x = 1$

$$R(x) = 4(1)^2 + 4(1) + 10$$

$$R(x) = 4 + 4 + 10$$

$$\therefore R(x) = 18$$

Rpta.: A

Resolución 67: Por el teorema del resto:

$$x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$x^2 + 4x + 4 = -1$$

$$(x + 2)^2 = -1$$

En el dividendo buscamos a $(x + 2)^2$:

$$D(x) = (x + 2)^{82} - 4(x + 2)^{63} + 5(x + 2)^{24} + 3(x + 2)^3 - 7$$

$$D(x) = [(x + 2)^2]^{41} - 4[(x + 2)^2]^{31}(x + 2) + 5[(x + 2)^2]^{12} + 3[(x + 2)^2](x + 2) - 7$$

Reemplazando $(x + 2)^2$ por -1 :

$$R(x) = [-1]^{41} - 4[-1]^{31}(x + 2) + 5[-1]^{12} + 3[-1](x + 2) - 7$$

$$R(x) = -1 + 4x + 8 + 5 - 3x - 6 - 7$$

$$\therefore R(x) = x - 1$$

Rpta.: C**Resolución 68:** Por el teorema del resto: $x = 5$.

$$R(x) = (0)^{30} + (0)^{22} + 3(0)^{18} + (-2)^{16} + 10 - 2^{16}$$

$$R(x) = 0 + 0 + 0 + 2^{16} + 10 - 2^{16}$$

$$\therefore R(x) = 10$$

Rpta.: E**Resolución 69:** Por el teorema del resto: $x = -a$

$$R(x) = (-a + a)^5 - (-a^5 - a^5) = 0 - (-1a^5)$$

$$\therefore R(x) = 2a^5$$

Rpta.: B

Resolución 70: Por el teorema del resto:

$$x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = -2$$

En el dividendo buscamos a x^2 :

$$D(x) = x^8 - x^7 + 2x^6 + 3x^5 + 4x^4 - 1$$

$$D(x) = (x^2)^4 - (x^2)^3(x) + 2(x^2)^3 + 3(x^2)^2x + 4(x^2)^2 - 1$$

Reemplazando x^2 por -2 :

$$R(x) = (-2)^4 - (-2)^3x + 2(-2)^3 + 3(-2)^2x + 4(-2)^2 - 1$$

$$R(x) = 16 + 8x - 16 + 12x + 16 - 1$$

$$\therefore R(x) = 20x + 15$$

Rpta.: B

Resolución 71: Por el teorema del resto:

$$x^2 + 2 = 0 \Rightarrow x^2 = -2$$

El dividendo es: $D(x) = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)(x+6) - 1$

Reacomodando: $D(x) = [(x+1)(x+6)][(x+2)(x+5)][(x+3)(x+4)] - 1$

$$D(x) = [x^2 + 7x + 6][x^2 + 7x + 10][x^2 + 7x + 12] - 1$$

Reemplazando: $R(x) = [-2 + 6][-2 + 10][-2 + 12] - 1$

$$R(x) = (4)(8)(10) - 1$$

$$\therefore R(x) = 319$$

Rpta.: A

Resolución 72: Por el teorema del resto:

$$x^n + 1 = 0 \Rightarrow x^n = -1$$

En el dividendo: $D(x) = x^{2n+1} - 7x^{2n} + 2x^{n+1} + 5x^n + 6x + 4$

$$D(x) = (x^n)^2(x) - 7(x^n)^2 + 2(x^n)(x) + 5(x^n) + 6x + 4$$

Reemplazando: $R(x) = (-1)^2x - 7(-1)^2 + 2(-1)x + 5(-1) + 6x + 4$

$$R(x) = x - 7 - 2x - 5 + 6x + 4$$

$$\therefore R(x) = 5x - 8$$

Rpta.: D

Resolución 73: Por el teorema del resto:

$$x^{4^n} + 1 = 0 \Rightarrow x^{4^n} = -1$$

En el dividendo: $D(x) \equiv x^{4^{3n}} + 1$

$$D(x) \equiv (x^{4^n})^{4^{2n}} + 1$$

Reemplazando: $R(x) \equiv (-1)^{4^{2n}} + 1$

Observar que 4^{2n} es un número para $\forall n \in \mathbb{N}^*$, luego:

$$R(x) \equiv 1 + 1$$

$$\therefore R(x) \equiv 2$$

Rpta.: B

Resolución 74: Por la identidad fundamental de la división:

$$(x-2)^5 + (x-1)^4 + 7 \equiv (x-2)(x-1) \cdot Q(x) + R(x)$$

Como el divisor es de 2do grado, el resultado será considerado con su grado máximo, luego:

$$R(x) \equiv ax + b$$

$$(x-2)^5 + (x-1)^4 + 7 \equiv (x-2)(x-1) \cdot Q(x) + ax + b$$

Para $x = 2$:

$$2a + b = 8$$

Para $x = 1$:

$$a + b = 6$$

$$\Rightarrow a = 2 \wedge b = 4$$

$$\therefore R(x) \equiv 2x + 4$$

Rpta.: A

Resolución 75: Por la identidad fundamental de la división:

$$(x-5)^{2012} + (x-6)^{2011} - 1 \equiv (x^2 - 11x + 30) \cdot Q(x) + R(x)$$

Observar que $[d]^o = 2$, luego se asume que $[R]^o = 1$.

Asimismo notamos que:

$$x^2 - 11x + 30 \equiv (x-6)(x-5)$$

Ahora en la identidad se tendrá:

$$(x-5)^{2012} + (x-6)^{2011} - 1 \equiv (x-6)(x-5) \cdot Q(x) + ax + b$$

Para $x = 6$:

$$6a + b = 0$$

Para $x = 5$:

$$5a + b = -2$$

$$\Rightarrow a = 2 \wedge b = -12$$

$$\therefore R(x) \equiv 2x - 12$$

Rpta.: A

Resolución 76: La división es:

$$\frac{x^{18}}{x^2 + x + 1}$$

Por restos especiales:

$$\frac{x^{18} \cdot (x-1)}{(x^2 + x + 1)(x-1)}$$

$$\frac{x^{19} - x^{18}}{x^3 - 1}$$

Por el teorema del resto: $x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x^3 = 1$

En el nuevo dividendo: $D'(x) \equiv (x^3)^6 \cdot x - (x^3)^6$

Hallando el nuevo residuo: $R'(x) \equiv (1)^6 \cdot x - (1)^6$

$$R'(x) \equiv x - 1$$

Ahora finalmente tenemos:

$$R'(x) \equiv R(x) \cdot (x-1)$$

$$x - 1 \equiv R(x) \cdot (x-1)$$

$$\therefore R(x) \equiv 1$$

Rpta.: D

Resolución 77: La división es:

$$\frac{3x^{45} - 2x^{10} + 7}{x^2 - x + 1}$$

Por restos especiales:

$$\frac{(3x^{45} - 2x^{10} + 7)(x+1)}{(x^2 - x + 1)(x+1)}$$

$$\frac{3x^{46} - 2x^{11} + 7x + 3x^{45} - 2x^{10} + 7}{x^3 + 1}$$

Por el teorema del resto: $x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x^3 = -1$

En el nuevo dividendo:

$$D'(x) \equiv 3(x^3)^{15} \cdot x - 2(x^3)^3 \cdot x^2 + 7x + 3(x^3)^{15} - 2(x^3)^3 \cdot x + 7$$

Reemplazando para $R'(x)$

$$R'(x) \equiv 3(-1)^{15} \cdot x - 2(-1)^3 \cdot x^2 + 7x + 3(-1)^{15} - 2(-1)^3 \cdot x + 7$$

$$R'(x) \equiv -3x + 2x^2 + 7x - 3 + 2x + 7$$

$$R'(x) \equiv 2x^2 + 6x + 4 \equiv 2(x^2 + 3x + 2)$$

$$R'(x) \equiv 2(x+1)(x+2)$$

Ahora se cumple: $R'(x) \equiv R(x) \cdot (x+1)$

$$2(x+1)(x+2) \equiv R(x) \cdot (x+1)$$

$$2(x+2) \equiv R(x)$$

$$\therefore R(x) \equiv 2x + 4$$

Rpta.: A

Resolución 78: Del enunciado se plantea:

$$* P(x) \div (x+2) \rightarrow R(x) = 0$$

$$* P(x) \div (x+1) \rightarrow R(x) = 0$$

Por teorema: $P(x) = [(x+2)(x+1)] \rightarrow R(x) = 0$

$$P(x) = (x+2)(x+1)Q(x)$$

Como $P(x)$ es de 3er grado, $Q(x)$ deberá ser de 1er grado.

$$P(x) = (x+2)(x+1)(ax+b)$$

Por condición: $P(1) = 24 \quad \wedge \quad P(0) = 2$

Para $x = 1$: $P(1) = (3)(2)(a+b)$
 $\Rightarrow 24 = 6(a+b) \Rightarrow a+b = 4 \quad \dots\dots\dots(1)$

Para $x = 0$: $P(0) = (2)(1)(b)$
 $\Rightarrow 2 = 2b \Rightarrow b = 1 \quad \dots\dots\dots(2)$

Reemplazando (2) en (1) tenemos: $a = 3$

Ahora el polinomio buscado será:

$$P(x) = (x+2)(x+1)(3x+1)$$

$$\therefore P(x) = 3x^3 + 10x^2 + 9x + 2$$

Rpta.: E

Resolución 79: Del enunciado se plantea:

$$P(x) \div (x-2) \rightarrow R(x) = 0$$

$$P(x) \div (x+1) \rightarrow R(x) = 0$$

Por teorema: $P(x) = [(x-2)(x+1)] \rightarrow R(x) = 0$

$$P(x) = (x-2)(x+1)Q(x)$$

Como $P(x)$ es de 2do grado, $Q(x)$ será de grado cero.

Por condición: $P(1) = -6$

En el polinomio: $P(1) = (-1)(2)Q(x)$
 $-6 = -2Q(x) \Rightarrow Q(x) = 3$

Ahora el polinomio será:

$$P(x) = (x-2)(x+1) \cdot 3$$

$$\therefore P(x) = 3x^2 - 3x - 6$$

Rpta.: A

Resolución 80: Del enunciado: $P(x) \div (x+3) \rightarrow R(x) \equiv 8$
 $P(x) \div (x+2) \rightarrow R(x) \equiv 8$
 $P(x) \div (x+1) \rightarrow R(x) \equiv 8$

Por propiedad: $P(x) + [(x+3)(x+2)(x+1)] \rightarrow R(x) \equiv 8$
 $P(x) = (x+3)(x+2)(x+1) \cdot Q(x) + 8 \dots\dots\dots(1)$

Como $P(x)$ es de 3er. grado, $Q(x)$ será de grado cero.

Por condición: $P(x) \div (x+4) \rightarrow R(x) \equiv 20$

De donde: $P(-4) = 20$

En (1): $x = -4$ $P(-4) = (-1)(-2)(-3)Q(x) + 8$
 $20 = -6Q(x) + 8$
 $12 = -6Q(x) \Rightarrow Q(x) = -2$

Finalmente en (1): $P(x) \equiv (x+3)(x+2)(x+1) \cdot (-2)$
 $\therefore P(x) \equiv -2x^3 - 12x^2 - 22x - 4$

Rpta.: B

Resolución 81: Del enunciado tenemos:

$$P(x) \div (x^2 + 1) \rightarrow R(x) \equiv x - 2$$

De donde: $P(x) \equiv (x^2 + 1) \cdot Q(x) + (x - 2)$

Se pide el resto de la siguiente división:

$$\frac{[(x^2 + 1)Q(x) + (x - 2)]^3}{x^2 + 1}$$

$$\frac{[(x^2 + 1)Q(x)]^3 + (x - 2)^3 + 3(x^2 + 1)Q(x)(x - 2)[(x^2 + 1)Q(x) + (x - 2)]}{x^2 + 1}$$

$$\frac{[(x^2 + 1)Q(x)]^3 + x^3 - 6x^2 + 12x - 8 + 3(x^2 + 1)Q(x)(x - 2)[(x^2 + 1)Q(x) + (x - 2)]}{x^2 + 1}$$

Por el teorema del resto:

$$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$$

En el dividendo se consigue:

$$R(x) \equiv 0 - x - 6(-1) + 12x - 8 + 0$$

$$R(x) \equiv -x + 6 + 12x - 8$$

$$\therefore R(x) \equiv 11x - 2$$

Rpta.: A

**OBSERVACIÓN**

Si se plantea $P(x) \div F(x) \rightarrow \text{Residuo} = R(x)$ y se pide el residuo de dividir: $[P(x)]^n \div F(x)$, siendo "n" un número natural mayor que la unidad, dicho residuo será idéntico al residuo de dividir: $[R(x)]^n \div F(x)$.

Resolución 82: Por la identidad fundamental de la división:

$$D(x) = d(x) \cdot Q(x) + R(x)$$

Para $x = 0$:

$$D(0) = d(0) \cdot Q(0) + R(0)$$

Por condición es 8

$$D(0) = 8 + R(0) \Leftrightarrow D(0) - R(0) = 8$$

Por condición:

$$[D(0)]^2 - [R(0)]^2 = 24$$

$$[D(0) + R(0)] \cdot [D(0) - R(0)] = 24$$

$$[D(0) + R(0)] - [8] = 24$$

$$\therefore D(0) + R(0) = 3$$

Rpta.: C

Resolución 83: Del enunciado se plantea:

$$P(x) = (x^2 + 1)(x^2 + 2x + 2)Q(x) \dots\dots\dots(1)$$

Donde $Q(x)$ es un polinomio de grado cero ya que $P(x)$ es de cuarto grado.

$$\text{Asimismo tenemos: } P(x) = (x^3 - 1)Q'(x) + 6x^2 + 6x + 8 \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{En (1) } x = 1: P(1) = (2)(5)Q(x) \Leftrightarrow P(1) = 10Q(x)$$

$$\text{En (2) } x = 1: P(1) = 0 + 20 \Leftrightarrow P(1) = 20$$

$$\text{De donde tenemos: } 10Q(x) = 20 \Rightarrow Q(x) = 2$$

Ahora en (1) tenemos:

$$P(x) = (x^2 + 1)(x^2 + 2x + 2) \cdot 2$$

$$\text{Finalmente } x = 0: P(0) = (1)(2)(2)$$

$$\therefore P(0) = 4$$

Rpta.: D

Resolución 84: Del enunciado tenemos:

$$P(x) \div (x-1) \rightarrow R(x) \equiv 6 : P(1) = 6$$

$$P(x) \div (x-2) \rightarrow R(x) \equiv 8 : P(2) = 8$$

Se pide el residuo de dividir:

$$P(x) \div [(x-1)(x-2)]$$

$$P(x) \equiv \underbrace{(x-1)(x-2)Q(x)}_{2^\circ} + \underbrace{R(x)}_{1^\circ}$$

$$P(x) \equiv (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

Para $x = 2$:

$$2a + b = 8$$

Para $x = 1$:

$$a + b = 6$$

$$\Rightarrow a = 2 \wedge b = 4$$

$$\therefore R(x) \equiv 2x + 4$$

Rpta.: A

Resolución 85: Del enunciado se plantea:

$$P(x) \equiv (2x-1)Q(x) + R(x) \dots\dots\dots(1)$$

Observar que $R(x)$ es un polinomio de grado cero.

En (1) hacemos $x = 0$:

$$P(0) \equiv (-1) \cdot Q(0) + R(x)$$

Por condición tenemos:

$$18 \equiv (-1)(5) + R(x)$$

$$18 \equiv -5 + R(x)$$

$$\therefore R(x) = 23$$

Rpta.: D

Resolución 86: Del enunciado se plantea:

$$P(x) \equiv (x-1)^4 \cdot Q(x) + R(x)$$

Por el teorema del resto se pide $P(1)$, lo cual se obtiene si la identidad hacemos $x = 1$.

$$P(1) = 0 + R(1) \Leftrightarrow P(1) = R(1)$$

$R(1)$ es la suma de coeficientes de $R(x)$, luego $R(1) = 3$

$$\therefore P(1) = 3$$

Rpta.: C

Resolución 87: Del enunciado se plantea:

$$P(x) \equiv (x^n + 1)Q(x)$$

Como $P(x)$ es un polinomio mónico de grado " $n + 1$ ".

$Q(x)$ será de la forma $(x + b)$.

$$P(x) \equiv (x^n + 1)(x + b)$$

Haciendo $x = 0$: $P(0) = b$

Por condición $P(0) = -3$:

$$b = -3$$

Haciendo $x = 2$: $P(2) = (2^n + 1)(2 + b)$

$$P(2) = (2^n + 1)(2 - 3)$$

$$P(2) = -(2^n + 1)$$

Por condición $P(2) = -33$:

$$-(2^n + 1) = -33$$

$$2^n + 1 = 33 \Leftrightarrow 2^n = 32$$

$$\therefore n = 5$$

Rpta.: E

Resolución 88: Del enunciado se plantea:

$$P(x) \equiv (x^2 + 1)(x + 3)Q(x) \dots\dots\dots(1)$$

* Como $P(x)$ es de sexto grado, $Q(x)$ es de 3er. grado.

* Como $P(x)$ tiene raíz cuadrada exacta la forma de $Q(x)$ será:

$Q(x) \equiv k^2(x^2 + 1)(x + 3)$ con lo cual en (1) se tendrá:

$$P(x) \equiv [(x^2 + 1)(x + 3)k]^2 \dots\dots\dots(2)$$

Por condición: $P(x) \div (x + 2) \rightarrow R(x) = 225 : P(-2) = 225$

En (2) $x = -2$: $P(-2) = [(5)(1)k]^2$

$$225 = (5k)^2 \Rightarrow k = 3$$

Ahora en (2) tenemos:

$$P(x) \equiv [(x^2 + 1)(x + 3).3]^2$$

Finalmente para $x = 1$:

$$P(1) = [(2)(4)(3)]^2$$

$$\therefore P(1) = 576$$

Rpta.: A

Resolución 89: Del enunciado tenemos:

$$P(x) \equiv (x^3 + 1)Q(x) + 3x^2 - 5x + 4$$

$$P(x) \equiv (x+1)(x^2 - x + 1)Q(x) + 3(x^2 - x + 1) - 2x + 1$$

Se pide el residuo de dividir:

$$P(x) \div (x^2 - x + 1)$$

Por el teorema del resto tenemos:

$$x^2 - x + 1 = 0$$

$$R(x) \equiv 0 + 3(0) - 2x + 1$$

$$\therefore R(x) \equiv -2x + 1$$

Rpta.: C

Resolución 90: La expresión dada se puede representar así:

$$T = \left[\frac{\frac{x^{55} - 1}{x^{11} - 1}}{\frac{x^5 - 1}{x - 1}} \right] \cdot \left[\frac{\frac{x^{11} - 1}{x - 1}}{\frac{x^{55} - 1}{x^5 - 1}} \right]$$

$$T = \frac{x^{55} - 1}{x - 1} \cdot \frac{x - 1}{x^{55} - 1}$$

$$\therefore T = 1$$

Rpta.: E

Resolución 91: Se cumple:

$$\frac{4a + 4}{a + 1} = \frac{5a}{2a - 3}$$

$$\frac{4(a + 1)}{a + 1} = \frac{5a}{2a - 3}$$

Con $a \neq -1$:

$$4 = \frac{5a}{2a - 3}$$

$$8a - 12 = 5a$$

$$3a = 12$$

$$\therefore a = 4$$

Rpta.: D

Resolución 92: La división dada es: $\frac{x^{n+k}y^{nk} - y^{n^3+nk+k^3}}{x^{nk}y^{nk} - y^{n^2+nk+k^2}}$

Dando forma tenemos:

$$\frac{y^{nk} (x^{n+k} - y^{n^3+nk+k^3})}{y^{nk} (x^{nk} - y^{n^2+nk+k^2})}$$

$$\frac{x^{n+k} - y^{n^3+nk+k^3}}{x^{nk} - y^{n^2+nk+k^2}}$$

Ahora se debe cumplir:

$$\frac{n+k}{nk} = \frac{n^3+k^3}{n^2+nk+k^2}$$

$$(n+k)(n^2+nk+k^2) = (n^3+k^3) \cdot nk$$

Suma de cubos

$$n^3+k^3 = (n^3+k^3) \cdot k$$

$$\therefore nk = 1$$

Rpta.: C

Resolución 93: La división dada es: $\frac{(x+2)^a - x^a}{2x+2}$

Dando forma tenemos:

$$\frac{(x+2)^a - x^a}{(x+2) + x}$$

Observar que "a" es un número par.

Halleemos T_3 : $k = 3$

$$T_3 = (+)(x+2)^{a-3} \cdot x^2$$

$$T_3 = (x+2)^{a-3} \cdot x^2$$

Para $x = 2$: $2^{12} = 4^{a-3} \cdot 2^2$

$$2^{10} = 2^{2a-6} \Rightarrow 10 = 2a - 6$$

$$16 = 2a$$

$$\therefore a = 8$$

Rpta.: C

Resolución 94: Número de términos:

$$n = \frac{2^a}{3^b - 1} \dots\dots\dots(1)$$

Observar que n es un número par.

Halleemos T_2 : $k = 2$

$$T_2 = (-1)^{n-2} [x^{3^b-1}]^{n-2} [y^{3^b-1}]$$

$$T_2 = -x^{(3^b-1)(n-2)} y^{3^b-1}$$

Por condición: $3^b - 1 = 8 \Rightarrow b = 2$

$$(3^b - 1)(n - 2) = 16$$

$$(8)(n - 2) = 16$$

$$n - 2 = 2 \Rightarrow n = 4$$

Ahora en (1): $4 = \frac{2^a}{8} \Leftrightarrow 32 = 2^a$

$$2^5 = 2^a \Rightarrow a = 5$$

$$\therefore a - b = 3$$

Rpta.: C

Resolución 95: La división dada es: $\frac{(n^a + ax)^n - (n^a - ay)^n}{x + y}$

Dando forma tenemos:

$$a \cdot \left[\frac{(n^a + ax)^n - (n^a - ay)^n}{ax + ay} \right]$$

$$a \cdot \left[\frac{(n^a + ax)^n - (n^a - ay)^n}{(n^a + ax) - (n^a - ay)} \right]$$

Ahora por fórmula: $T_2 = a \cdot (n^a + ax)^{n-2} \cdot (n^a - ay)$

Ahora por condición:

$$b_1 = a \wedge n - 2 = b \wedge b_2 = -ay$$

$$\therefore b_1 y + b_2 = 0$$

Rpta.: A

Resolución 96: La división dada es: $\frac{\sqrt{2}^n - \sqrt{3}^{5+\frac{n}{4}}}{\sqrt{2}^2 - \sqrt{3}}$

Donde: Número de términos = $\frac{n}{2} = \frac{5 + \frac{n}{4}}{1}$

$$\frac{n}{2} = 5 + \frac{n}{4}$$

$$n = 20$$

Finalmente hallamos $T_4: k = 4$

$$T_4 = (2)^{10-4} \cdot (\sqrt{3})^3$$

$$T_4 = 2^6 \cdot (3\sqrt{3})$$

$$\therefore T_4 = 192\sqrt{3}$$

Rpta.: B

Resolución 97: Se cumple: $\frac{n}{5} = \frac{k}{7} \dots\dots\dots(1)$

$$\text{Hallamos } T_5: k = 5 \quad T_5 = (x^5)^{\frac{n}{5}-5} (y^7)^4$$

$$T_5 = x^{n-25} y^{28}$$

Por condición $a = 28$

Asimismo: $a - t = 23 \Rightarrow t = 25$

Con lo cual: $n - 25 = 25 \Rightarrow n = 50$

Finalmente en (1): $\frac{50}{5} = \frac{k}{7} \Rightarrow k = 70$

$$\therefore n + k = 120$$

Rpta.: A

Resolución 98: La división es: $\frac{a^{7n} - b^{8n}}{a^7 - b^8}$

El término general es:

$$T_k = (a^7)^{n-k} (b^8)^{k-1}$$

$$T_k = a^{7n-7k} b^{8k-8}$$

Por condición se cumple:

$$a^{7n-7k}b^{8k-8} \equiv a^{56}b^{56}$$

De donde tenemos: $8k - 8 = 56 \Rightarrow k = 8$

Asimismo se cumple: $7n - 7k = 56$

$$7n - 56 = 56$$

$$7n = 112$$

$$\therefore n = 16$$

Rpta.: E

Resolución 96: Como en el cociente notable sólo existen 15 términos enteros se plantea:

$$T_{15} = x^{n-15}(x^{-1})^{14} = x^{n-29} :$$

$$n - 29 \geq 0 \Rightarrow n \geq 29 \dots\dots\dots(1)$$

$$T_{16} = x^{n-16}(x^{-1})^{15} = x^{n-31} :$$

$$n - 31 < 0 \Rightarrow n < 31 \dots\dots\dots(2)$$

De (1) y (2): $n = 29 \quad \text{ó} \quad n = 30$

$$\therefore \Sigma \text{ valores} = 59$$

Rpta.: B

Resolución 100: El divisor es:

$$8xy(x^2 + y^2) = (4xy)[2(x^2 + y^2)]$$

$$8xy(x^2 + y^2) = [(x+y)^2 - (x-y)^2][(x+y)^2 + (x-y)^2]$$

$$8xy(x^2 + y^2) = (x+y)^4 - (x-y)^4$$

Ahora la división será:

$$\frac{(x+y)^{100} - (x-y)^{100}}{(x+y)^4 - (x-y)^4}$$

Observar que en el cociente notable existen $n = \frac{100}{4} = 25$ términos, siendo el lugar del término central $25 - 12 = 13$.

Halleemos T_{13} : $k = 13$

$$T_{13} = [(x+y)^4]^{25-12} \cdot [(x-y)^4]^{13-1}$$

$$T_{13} = [(x+y)^4]^{12} \cdot [(x-y)^4]^{12}$$

$$T_{13} = (x+y)^{48} \cdot (x-y)^{48}$$

$$T_{13} = [(x+y)(x-y)]^{48} = (x^2 - y^2)^{48}$$

Para $x = 3 \wedge y = 2\sqrt{2}$:

$$VN = [(3)^2 - (2\sqrt{2})^2]^{48} = [9 - 8]^{48} = [1]^{48}$$

$$\therefore VN = 1$$

Rpta.: E

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcular el resto en:

$$\frac{(x+y)^2 + (x+y)(2z+1) + z(z+1) - 5}{x+y+z-3}$$

- A) 2 B) 4 C) 9
D) 7 E) 11

2. El residuo de dividir:

$$\frac{8x^5 + 4x^3 + ax^2 + bx + c}{2x^3 + x^2 + 3}$$

es: $5x^2 + 11x + 7$. Hallar:

$$W = \sqrt{abc}$$

- A) 20 B) 30 C) 40
D) 50 E) 60

3. Calcular "m". Si la división:

$$\frac{21x^4 - 41x^3 - 23x^2 + mx - 16}{3x - 5}$$

tiene resto 4.

- A) 76 B) 58 C) 44
D) 85 E) 67

4. Hallar el resto en:

$$\frac{[(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 10]^3}{x(x+5)+1}$$

- A) 27 B) 0 C) 64
D) 125 E) 216

5. Calcular b - a. Si la división:

$$\frac{14x^4 + 18x^3 + ax^2 + 39x + 2b}{7x^2 - 5x + 6}$$

es exacta.

- A) 11 B) -47 C) -11
D) 47 E) 25

6. Hallar el residuo en:

$$\frac{(\sqrt{3} - \sqrt{2})x^5 - 2\sqrt{3}x^3 + 2\sqrt{3}x + 3}{x - \sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

7. Hallar "m" si la división:

$$\frac{(x-y)^7 - x^7 - my^7}{x+y}$$

es exacta.

- A) 127 B) 129 C) -127
D) -129 E) 7

8. Hallar
- $\frac{m}{n}$
- . Si la división:

$$\frac{mx^4 - 8x^3 - nx^2 + 14x - 8}{3x^2 + x - 2}$$

es exacta.

- A) 57 B) 31 C) 23
D) 19 E) 11

9. En la división exacta:

$$\frac{x^3 + 3nx^2 + 3ax + b}{x^2 + 2nx + a}$$

Calcular:

$$W = \frac{a^3}{b^2}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

10. Calcular "n" si el resto de dividir:

$$\frac{(x+5)^{2n} + 2^n}{x^2 + 10x + 23}$$

es 64.

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 2

11. Dividir:

$$\frac{18x^{15} + 59x^{10} - 6x^5 - 13}{2x^5 + 7}$$

y dar la suma de Coeficientes del Cociente.

- A) 22 B) 11 C) 21
D) 9 E) -9

12. Teniendo en cuenta que la división es exacta:

$$\frac{n^3 x^5 - 7n x^3 + (n^2 - 6)x^2 + n(n-1)}{nx + 2}$$

Calcular la suma de los Coeficientes del Cociente.

- A) 0 B) 9 C) 4
D) -4 E) -9

13. Calcular: $E = \frac{m^2 - n^2}{p^2}$, si la división:

$$\frac{(m+p)x^3 + (p-n)x^2 + (p+n)x + (m-p)}{x^2 + n^2}$$

es exacta.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

14. Calcular (a + b + c - d). Si la división:

$$\frac{8x^4 + ax^2 - bx + c}{2x^2 - 6x + d}$$

Tiene como resto la raíz cuadrada del cociente correspondiente.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0

15. Halle el valor de $E = a + b + c$, si la división:

$$\frac{20x^4 - 13x^3 + ax^2 + bx + c}{5x^2 - 2x + m}$$

origina un cociente cuya suma de Coeficientes es cero y un resto igual a: $4x + 14$

- A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 15

16. En la siguiente división:

$$\frac{3x^4 - x^3 + 2x^2 + ax + a}{x^2 + x - 1}$$

Calcular el resto, si no es de primer grado.

- A) 22 B) 30 C) 9
D) 15 E) 4

17. Calcular
- $a + b$
- . Si el polinomio:

 $x^{100} + ax + b$, es divisible por $(x + 1)^2$

- A) 22 B) 30 C) 9
-
- D) 15 E) 4

18. Calcular el valor de "n" de modo que la suma de Coeficientes del Cociente entero de la división:

$$\frac{x^{n+1} - (n-1)x + n}{(x-1)^2}$$

sea 210.

- A) 10 B) 20 C) 13
-
- D) 12 E) 42

19. Calcular el resto en:

$$\frac{[(x+1)(x-3)(x+4)(x+8)+150]^2}{x^2+5x-3}$$

- A) 1 B) 4 C) 9
-
- D) 16 E) 64

20. Calcular el resto en la división:

$$\frac{(x-1)^{4n}(x^3+8)^2(x-4)^2}{x^2-2x+2}$$

- A) 200 B) 400 C) 20
-
- D) 1 E) -100

21. Determinar "b" en la siguiente división exacta:

$$[bx^3 + 5x^2 + (2b+1)x - 3] \div (bx-1)$$

- A) 200 B) 400 C) 20
-
- D) 1 E) -100

22. Calcular el valor de "a" si el residuo de dividir:

$$\frac{ax^3 + (2a+1)x + 1}{ax + 3a}$$

es -68.

- A) 1 B) 6 C) 4
-
- D) 2 E) -2

23. Hallar "n", si el residuo de la división:

$$\frac{2x^3 + 2nx^2 + 5x + 2}{x + n}$$

es -13.

- A) 1 B) 2 C) 3
-
- D) 4 E) 5

24. Calcular el valor de
- $(m + n)$
- en la siguiente división exacta:

$$\frac{x^5 + x^4 + mx^3 - 1}{x^3 + x - n}$$

- A) 1 B) 3 C) 2
-
- D) 5 E)
- $-\frac{1}{3}$

25. En la división:

$$\frac{6x^4 - 2Ax^3 + Bx^2 - Cx + D}{2x^2 - 3x + 1}$$

los coeficientes del cociente van disminuyendo de 2 en 2 a partir del 1ro y su residuo es: $7x + 3$. Hallar:

$$E = \sqrt{4A - 2B + C + D}$$

- A) 0,25 B) 2 C) 4
-
- D) 0,5 E) 16

26. Hallar: $a^3 + b^3 + c^3$, si:

$$\frac{ax^6 + bx^5 + cx^4 + 11x^3 + x - 12}{2x^2 + x - 3}$$

es exacta; además $abc = 3$

- A) 3 B) 8 C) 0
D) 7 E) 9

27. Dividir:

$$\frac{(x-3)^5 + 3(x-3)^4 + 2(x-3)^3 + 5(x-3)^2 - 2x + 9}{x}$$

dando el valor del cociente cuando "x" tome el valor de 4.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 6

28. Calcular $M + N$, si la división:

$$\frac{Mx^4 + Nx^3 + 21x^2 - x - 12}{2x^2 + 4x + 3}$$

es exacta.

- A) 24 B) 26 C) 28
D) 27 E) 30

29. Si la división:

$$\frac{Ax^3 + Bx^2 + Cx + D}{x^2 + M^2} \text{ es exacta.}$$

Calcular el valor de: $R = \left[\frac{AD}{BC} \right]^2$

- A) 1 B) 4 C) 36
D) 49 E) 25

30. Determine "M" y "N" de manera que el

polinomio: $x^4 + 2x^3 - 7x^2 + Mx + N$;

sea divisible entre: $x^2 - 3x + 5$.

- A) 14 y 13 B) 15 y 16 C) 13 y 12
D) 16 y 15 E) N. A.

31. Siendo: $\{a; b\} \subset \mathbb{R}^+$, si la división:

$$\frac{x^4 + (a-b)x^3 + (a-b)x + b^2}{x^2 - (a-b)x + b^2}$$

es exacta, calcular el valor de:

$$R = \frac{a^2 + ab + b^2}{2a - 3b}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 7

32. Si dividimos:

$$P(x) \equiv x^{n+1} - 2x^n + 7$$

entre $(x + 1)$ siendo "n" impar; se obtiene un cociente cuya suma de coeficientes es:

- A) -3 B) -2 C) -8
D) -5 E) 0

33. Obtener "mn", sabiendo que el polinomio:

$$x^n + mx^{n-2} + 1$$

es divisible entre $(x - 1)^2$.

- A) -8 B) -9 C) -16
D) -12 E) -24

34. Si el resto de la división:

$$\frac{x^4 - 3x^3y + x^2y^2 + axy^3 + by^4}{x^2 - xy + 2y^2}$$

tiene como resto a: $2xy^3 + 3y^4$; calcular:

$$Z = a^b + b^a$$

- A) 0 B) -5 C) 4
D) -2 E) -3

35. Sea:
- $P(x) = x^5 - ax + b$
- , un polinomio con coeficientes enteros. Si
- $P(x)$
- es divisible por
- $(x - c)^2$
- ; entonces el valor de
- $(a + b + c)$
- es:

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

36. Cuánto vale:

$$\frac{(a + b + c)^3 - 3(a + b)(b + c)(a + c)}{2abc}$$

Si la división es exacta:

$$\frac{ax^4 + (a+b)x^3 + (a+b+c)x^2 + (b+c)x - (a+b)}{ax^2 + bx + c}$$

- A) 0 B) 3 C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{3}{2}$ E) 1

37. En la división no inexacta:

$$\frac{2ax^5 + 2bx^4 + (6a^2 - 2c)x^3 + 9abx^2 + abcx - b^2}{ax^2 + bx + c}$$

Determinar el valor numérico de:

$$E = \frac{1}{c} \left(\frac{a}{9 - a} \right)$$

- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

38. En la siguiente división:

$$\frac{12x^4 + 2mx^3 + nx^2 + 5px - q}{3x^2 - 2x + 1}$$

Se obtiene un cociente en que los coeficientes de sus términos van aumentando de 2 en 2 unidades a partir del primero.

Calcular: $E = m^2 - n$.

- A) 8 B) 9 C) 10
D) 1 E) 12

39. Al dividir:

$$\frac{(n+1)x^n + (2n+1)x^{n-1} + (3n+1)x^{n-2} + \dots}{nx(x-1)}$$

Se observa que la suma de coeficientes es 21. Según esto halle el resto.

- A) 35 B) 36 C) 45
D) 49 E) 56

40. Hallar el residuo obtenido al dividir un polinomio entre
- $(x^3 - x^2)$
- , sabiendo que dicho polinomio presenta como término independiente a 9, y su suma de coeficientes igual a 15, además el primer coeficiente del residuo es 5.

- A) $5x^2 + x + 9$ B) $3x^2 - x + 9$
C) $3x^2 + x + 9$
D) $5x^2 - x - 9$ E) $5x^2 + x - 9$

41. Para qué valor de "m" la expresión:

$$(x + 2y)^5 - x^5 + my^5$$

será divisible entre: $(x + y)$.

- A) -1 B) -2 C) -3
D) -4 E) -5

42. Hallar el residuo evaluado en la unidad obtenido de:

$$\frac{(6x)^{3n} + 6x + 1}{36x^2 + 6x + 1}; n \in \mathbb{Z}^+$$

- A) -1 B) -2 C) -3
D) -4 E) -5

43. Hallar el resto en:

$$\frac{x^6 + x^5 + x^2 + 9}{x^3 + x^2 - 1}$$

- A) 1 B) 2 C) 9
D) 10 E) 12

44. Hallar el resto:

$$\frac{(x-1)^5 + x^7 - 1}{x^2 - x + 1}$$

- A) 0 B) 1 C) -1
D) x - 1 E) x + 1

45. Encontrar el valor de "K" para que el polinomio: $x^3 + y^3 + z^3 + (K-9)xyz$, sea divisible entre $x + y + z$.

- A) 1 B) 3 C) 6
D) $\sqrt{5}$ E) 4

46. Calcular el valor de "n" necesario, para que el polinomio:

$$(x+2n)^n + m(x+2n)^{n-1} - 2^{25}$$

sea divisible por $(x+n)$.

- A) 12 B) 10 C) 8
D) 6 E) 5

47. Calcular el valor de "n" de modo que la suma de coeficientes del cociente entero de la división:

$$\frac{x^{n+1} - (n+1)x + n}{(x-1)^2}$$

sea igual a 210.

- A) 22 B) 21 C) 20
D) 19 E) 18

48. Calcular el valor de "a" para que la suma de coeficientes del cociente sea 161, tal que el resto es 16:

$$\frac{ax^{51} + 2bx + 2b - a}{x - 1}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

49. Si un polinomio $P(x)$ al dividirlo entre $(x+3)$ da resto (-2) y al dividir el cociente de esta división entre $(x-4)$ se obtiene como resto 5. Calcular el resto que se obtendrá al dividir $P(x)$ entre $(x+3)(x-4)$.

- A) $2x - 7$ B) $3x + 11$ C) $5x + 13$
D) $13x - 5$ E) $-5x + 3$

50. Un polinomio $P(x)$ al ser dividido entre (x^2+1) otorga un residuo $(-x + 1)$ ¿cuál será el residuo en:

$$\frac{[P(x)]^5}{x^2 + 1} ?$$

- A) $x - 1$ B) $4x - 4$ C) $2x$
D) $-2x$ E) N.A.

51. Si el polinomio: $x^4 + Px^2 + Mx + a^2$, es divisible por $(x^2 - 1)$; hallar el resto de dividir dicho polinomio entre $x^2 - a^2$.

A) 1 B) 0 C) 2
D) 3 E) 4

52. Hallar el valor de "m" tal que el término independiente del cociente entero sea 1820 al dividir:

$$\frac{(2x + 3)^{4m}(x + 5)}{(x + 1)(x + 2)}$$

A) $\frac{1}{2}$ B) 3 C) $\frac{3}{2}$
D) -4 E) $\frac{3}{4}$

53. Calcular el coeficiente de "K" en el polinomio:

$$a^2x^2 + b^2x^2 + a^2b^2 + Kabx (a + b + x)$$

Sabiendo que es divisible por:
 $ax + bx + ab$.

A) 2 B) 4 C) 6
D) 36 E) 216

54. Hallar el resto de dividir $R(x)$ entre $(x - 5)$; si al dividir $R(x)$ entre $(x - 5)^4$ el resto es $(x - 1)^2$

A) 15 B) 17 C) 18
D) 36 E) 16

55. Encontrar un polinomio $P(x)$ de tercer grado que sea divisible separadamente entre $(x + 3)$ y $(x - 2)$; sabiendo además que la suma de sus coeficientes es (-12) y que el término independiente es 12. Dé como respuesta un término de $P(x)$.

A) $32x$ B) $23x$ C) $-3x^2$
D) $12x$ E) $3x^2$

56. Hallar "ab" si el polinomio: $x^{100} + ax + b$ es divisible entre $(x + 1)^2$

A) 9900 B) 8100 C) 9800
D) 8900 E) N. A.

57. Al dividir un polinomio $P(x)$ entre $(x + 3)$ se obtuvo por residuo (-5) y un cociente cuya suma de coeficientes es igual a 3. Encontrar el residuo de dividir $P(x)$ entre $(x - 1)$.

A) 5 B) 6 C) 8
D) 9 E) 7

58. Si al dividir el polinomio $P(x)$ en forma separada entre $(x + 3)$ y entre $(2x - 1)$ se obtuvieron como restos -26 y 9 respectivamente. Hallar el resto de dividir: $P(x)$ entre $(x + 3)(2x - 1)$

A) $10x + 4$ B) $5x - 2$ C) $5x + 3$
D) $10x - 3$ E) $10x + 7$

59. Hallar el polinomio cuadrático con término independiente -1 , que sea divisible por $(x+1)$ y al dividirlo entre $(2x+1)$ da como resto -1 .

A) $x^2 + x - 1$ B) $x^2 + 2x - 1$
C) $2x^2 + x - 1$
D) $2x^2 - x - 1$ E) $2x^2 - 3x - 1$

60. Si el resto de dividir:

$$\frac{3x^5 - 8x^4 - 5x^3 + 26x^2 + mx + n}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$$

es: $-5x + 2$. Hallar: $m + n$.

A) -2 B) 2 C) 3
D) -7 E) 7

61. Calcular " $n + k$ " sabiendo que la división:

$$\frac{18x^4 + 18x^3 - 14x^2 - 3nx + 7}{6x^2 + 2x - k + 1}$$

El resto es: $4x + 3$; $\{n; k\} \subset \mathbb{Z}$.

A) 5 B) 7 C) 9
D) 11 E) 13

62. Calcular " $n - k$ " si la división:

$$\frac{nx^5 - 2(3+n)x^4 + (12-n)x^3 + (k-6)x^2 + 2kx + k}{x^2 + 2x - 1}$$

da un cociente que evaluado para:

$x = 2$ es 39 ; además: $\{n; k\} \subset \mathbb{N}^*$.

A) -6 B) -3 C) 9
D) 5 E) 1

63. Al dividir: $ax^5 + 2x^4 - bx + 2 + 3x^3 - x + 1$ se obtuvo por residuo: $bx^2 + c$.

$$\text{Calcular: } \frac{c-b}{2a}$$

A) 3 B) $\frac{1}{3}$ C) 2
D) $\frac{1}{2}$ E) 4

- 64.Cuál es el residuo de la división:

$$\frac{2x^{21} - 3x^{17} + 2x^5 - x + 3}{x^2 - x + 1}$$

A) $x + 1$ B) 5 C) 0
D) $x - 1$ E) 36

65. Determinar el término independiente de dividir:

$$\frac{3x^{12} - 4x^9 - x^6 + 2x^3 - 1}{x^3 + 2}$$

A) 72 B) -32 C) -52
D) -36 E) 74

66. Hallar el término independiente del cociente que resulta de dividir:

$$\frac{(x-1)^6(x-2)^5 + 1}{x-3}$$

A) 30 B) 31 C) 32
D) 33 E) 34

67. Encontrar el residuo de dividir:

$$\frac{x^{221} + 5x^{11} + 7}{x^2 + x + 1}$$

A) $2x - 3$ B) $2x - 7$ C) $x + 5$
D) $x - 1$ E) $1 - 6x$

68. Si: $x^{100} + ax + b$ es divisible por $(x+1)^2$.

Calcular la suma de cifras de: "a + b"

- A) 22 B) 32 C) 19
D) 29 E) 17

69. Cierta división ha sido efectuada mediante la regla de Paolo Ruffini.

	N_1	N_2	N_3	N_4
K_1		K_2	K_3	K_4
	N_5	K_5	N_6	K_6

y luego se ha dado las siguientes aseveraciones:

- I. $K_2 \cdot K_1 = K_3$
II. $N_3 + K_5 K_1 = N_6$
III. $N_2 + N_1 K_1 = K_5$
IV. $N_4 + [N_3 + (N_1 K_1 + N_3) K_1] K_1 = K_6$

Sentencie usted con verdadero (V) o falso (F) según convenga.

- A) FFFV B) FVFV C) FVVV
D) VVFV E) FVVF

70. Si: $x^n + py^n + qz^n$ es divisible por: $x(x - ay) + bz(ay - x)$ entonces se puede afirmar que:

- A) $\frac{p}{a^n} + \frac{q}{a^n} = -ab$ B) $\frac{p}{a^n} + \frac{q}{a^n} = 1$
C) $\frac{p}{a^n} + \frac{q}{a^n} = -1$
D) $\frac{p}{a^n} - \frac{q}{a^n} = -1$ E) Faltan Datos.

71. Indicar el residuo de la siguiente división:

$$\frac{x^8 - 2x^4 - 4x^2 + 4\sqrt{3} - 4}{x - \sqrt{1 + \sqrt{3}}}$$

- A) $12(1 + \sqrt{3})$ B) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$
C) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$
D) 0 E) N. A.

72. El residuo de dividir:

$$x^6 + x^5 - (m+3)x^4 - (2m-5)x^3 + (4-2m)x + 5$$

entre: $x^2 + 1$ es 15, ¿cuál es el valor de m?

- A) -12 B) -13 C) -14
D) -15 E) -16

73. Al dividir:

$$\frac{8x^4 + Nx^3 + Tx^2 + Ax + 2}{2x^2 + 1}$$

Se obtiene un residuo que al ser elevado al cuadrado resulta idéntico al cociente obtenido. ¿Cuál es el máximo valor permisible para "T"?

- A) 10 B) 12 C) 14
D) 8 E) 6

74. Si: $F(x) \equiv 2x^5 + (\sqrt{2} - 2\sqrt{3})x^4 + \sqrt{6}x^3 + (3\sqrt{2} - \sqrt{3})x^2 + 2x + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

Calcular: $F(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

- A) $2\sqrt{3}$ B) $5\sqrt{3}$ C) 0
D) $\sqrt{3}$ E) N

75. Sabiendo que el polinomio:

$x^7 + Ax^2 + Bx + C$, es divisible por

$x^2 + x + 1$. Calcular:

$$N = \frac{A^2 + B^2 + 1}{1 + B \cdot C}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

76. En la división exacta:

$$\frac{Ax^4 + 8x - 2}{x^2 + x - 1}$$

calcular el valor numérico de:

$$A+B\sqrt{(A+B)^2}$$

- A) 2 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{4}$
D) $\sqrt[3]{6}$ E) 1

77. Hallar la relación entre "m" y "p" para que la división:

$$\frac{x^5 - (m^2 + 2n)x^3 + m^2x + p - 2n^3}{x^2 + mx - n}$$

sea exacta.

- A) $p^2 = 2m^9$ B) $m^2 = p^4$ C) $mp^2 = 9$
D) $p^2 = 4m^9$ E) $p^2 = 3m^6$

78. Calcular:

$$N = \sqrt{\frac{A+C-5}{A-C}}$$

Si la división: $\frac{x^{21} - Ax + C}{x^2 - 2x + 1}$; es exacta.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

79. En la siguiente división:

$$\frac{6x^5 + x^4 - 6x^3 + (an + 4)^2 + bmx + ab}{3x^2 - x^2 - x + 2}$$

Calcular: "a + b + m + n" si el resto es:

$ax^2 + 3x + 14$, y además la suma de coeficientes del dividendo es 27.

- A) 8 B) 6 C) 10
D) 22 E) 14

80. Proporcionar el resto de dividir:

$$\frac{(x-2)^{2007} + (x-3)^{2009}}{(x-2)(x-3)}$$

- A) $x-5$ B) $2x+5$ C) $2x-5$
D) $x+2$ E) $x-2$

81. Al dividir: $P(x) = x^4 + Ax^3 + Bx^2 + 2x - 1$ entre el polinomio de segundo grado se

obtuvo como cociente: $x^2 - 1$ y como resto: $2x + 1$. El valor de "B" es:

- A) 1 B) -1 C) 0
D) -2 E) 2

82. Indicar el coeficiente del término cuadrático de un polinomio $P(x)$ de cuarto grado, si se sabe que sus respectivos coeficientes son números enteros consecutivos y además que 40 es el resto de dividir dicho polinomio entre: $x - 1$.

- A) 2 B) 6 C) 4
D) 8 E) 10

83. Un polinomio mónico de tercer grado es divisible en forma separada, por $(x - 2)$ y $(x - 1)$ y al ser dividido por $(x - 3)$ da como resto 20. Hallar su término constante.

A) 7 B) 10 C) 12
D) 14 E) 20

84. Al efectuar el desarrollo de: $\frac{x^{45} - x^{-30}}{x^3 - x^{-2}}$ el número de términos fraccionarios es:

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

85. Si en el desarrollo del siguiente cociente notable: $\frac{x^{3n} - y^n}{x^3 - y}$ el término de lugar 8 contado a partir del extremo final tiene por grado 38 el número de términos que tiene el desarrollo es:

A) 51 B) 52 C) 25
D) 26 E) 62

86. Hallar el término central del cociente notable adjunto:

$$\frac{x^{100+a} + x^{-100+a}}{x^{10+a} - x^a}$$

A) x^{50} B) x^{-5} C) x^{45}
D) 1 E) x^{-10}

87. Si el cociente notable adjunto tiene "K" términos en su desarrollo. Hallar "K":

$$\frac{x^{9m} + y^{8n}}{x^{2n} + y^{4m}}$$

A) 7 B) 15 C) 9
D) 11 E) 3

88. Hallar "n" en el cociente notable de:

$$\frac{x^n - x^{-3n}}{x - x^{-3}}$$

sabiendo que tiene únicamente 20 términos enteros y además "n" es el menor posible.

A) 81 B) 78 C) 80
D) 79 E) 77

89. Halle el término central del cociente de:

$$\frac{x^{3n-9} + y^{6n+11}}{x^{n-1} + y^{2n-3}}$$

A) $x^9 y^{15}$ B) $x^{15} y^9$ C) $-x^8 y^{17}$
D) $-x^{15} y^9$ E) $-x^9 y^{15}$

90. Al dividir el polinomio $P(x)$ entre:

$[(x + 1)(x - 2)]$ el resto es: $(3x + 2)$. Hallar el término independiente del resto de dividir $P(x)$ entre $[(x+2)(x-1)]$ sabiendo que: $Q(x)$ es el cociente de esta división; tal que: $Q(2) - Q(-1) = 0$

A) 1 B) -1 C) 2
D) -2 E) 3

91. Dado el polinomio: $P(x)$ si: $[P(x) - 5]$ es divisible por: $(x + 5)$ y $[P(x) + 5]$ es divisible por: $(x - 5)$. ¿Cuál es el residuo de dividir $P(x)$ entre: $(x^2 - 25)$?

A) 0 B) $x - 2$ C) $3x$
D) $-x$ E) x

92. Se tiene un polinomio mónico de sexto grado cuyo término independiente es: 242 y que al dividirlo por $(x - 3)^5$ se obtiene como residuo $(6x - 1)$. Encontrar el residuo de dividir dicho polinomio por $(x - 4)$.

A) 13 B) 26 C) -26
D) 14 E) 16

93. Si un polinomio de grado $(n + 1)$ se anula para: $x = -1; -2; -3; \dots; -n$, tiene coeficiente del término de grado "n" igual a: $3(n^2 + n)$ y con un término independiente igual a cero. Señalar el cociente que se obtiene al dividir $P(x)$ entre $(x+1)(x+2)(x+3)\dots(x+n)$.

A) $6x$ B) $3x - 1$ C) $6x + 1$
D) $x - 3$ E) x

94. Proporcionar el grado del término central del cociente notable originado al dividir:

$$\frac{x^{6a-3} - y^{8a+3}}{x^{a-1} - y^{a+1}}$$

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

95. Calcular el valor numérico del término central en el desarrollo de:

$$\frac{(a+b)^{4p} - (a-b)^{4p}}{abp}$$

siendo: $a = 2\sqrt{7}$; $b = 3\sqrt{3}$

Además: $P = a^2 + b^2$

A) 1 B) 8 C) 16
D) $8p$ E) $16p$

96. Proporcionar el residuo de dividir:

$$\frac{x^{72} - x^4 + 1}{x^{64} - x^{60} + x^{56} - x^{52} + \dots + 1}$$

A) $1 + 3x^4$ B) $2 - 5x^3$ C) $1 - 2x^4$
D) $3 - 2x^2$ E) $3 + 4x^5$

97. Si un término del cociente notable que se origina al dividir:

$$\frac{x^n - y^{n+\alpha}}{x^3 y^{n-3} - y^{n+2}} \text{ es: } x^{12}.$$

Qué valor adquiere: " $n - \alpha$ ".

A) 11 B) 22 C) 33
D) 44 E) 55

98. Hallar el número de términos del cociente notable de:

$$\frac{x^{ak} - y^k}{x^a - y}$$

si se sabe que los grados de los términos van disminuyendo de 2 en 2 y que el quinto término del desarrollo tiene por grado: 40

A) 17 B) 16 C) 15
D) 14 E) 13

99. El cociente de dividir un polinomio de tercer grado entre:

$(2x - 1)$ es $(x^2 + 2x - 3)$ y el resto de dividirlo entre $(2x + 1)$ es 1.

Determinar el resto que se obtiene al dividirlo entre: $(2x - 1)$.

A) -7 B) -6,5 C) -7,5
D) -8 E) -6

100. Proporcionar el valor de: " $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3$ " sabiendo que: α_1 ; α_2 ; α_3 son tres números reales y diferentes que satisfacen el sistema:

$$\begin{cases} \alpha_1^3 + \alpha_1 p + q = 0 \\ \alpha_2^3 + \alpha_2 p + q = 0 \\ \alpha_3^3 + \alpha_3 p + q = (\alpha_3 - \alpha_1)(\alpha_3 - \alpha_2) \end{cases}$$

A) -1 B) 2 C) -2
D) 1 E) 3



CLAVES

1	D	26	E	51	B	76	A
2	C	27	C	52	C	77	D
3	E	28	C	53	D	78	C
4	D	29	A	54	D	79	C
5	A	30	D	55	E	80	C
6	E	31	E	56	A	81	A
7	C	32	E	57	E	82	D
8	C	33	A	58	A	83	D
9	A	34	D	59	C	84	B
10	C	35	E	60	D	85	B
11	B	36	D	61	B	86	D
12	E	37	B	62	A	87	E
13	B	38	B	63	B	88	E
14	A	39	D	64	C	89	E
15	C	40	A	65	D	90	C
16	A	41	B	66	C	91	D
17	C	42	D	67	E	92	B
18	B	43	D	68	C	93	A
19	C	44	C	69	E	94	D
20	B	45	C	70	C	95	B
21	E	46	C	71	A	96	C
22	D	47	C	72	C	97	A
23	C	48	C	73	B	98	A
24	B	49	C	74	E	99	B
25	C	50	B	75	B	100	D

**EXAMENES DE
ADMISIÓN
UNIV. - UNMSM
PUCP**

UNI - 2002 - II

PROBLEMA 01: El rango de:

$$f(x) = \frac{x}{|x|} = [(x-1)^2 + 2|x|] \text{ es:}$$

A) $\mathbb{R} - [-1; 1]$

B) $\mathbb{R} - \langle -1; 1 \rangle$

C) $\langle 0; +\infty \rangle$

D) $\langle -\infty; 0 \rangle$

E) $\langle -1; +\infty \rangle$

Resolución:

Podemos ver fácilmente que:

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{0\}$$

Redefiniendo la función tenemos que:

$$* \text{ Para } x > 0: \quad f(x) = \frac{x}{x} [(x-1)^2 + 2x] = [x^2 - 2x + 1 + 2x]$$

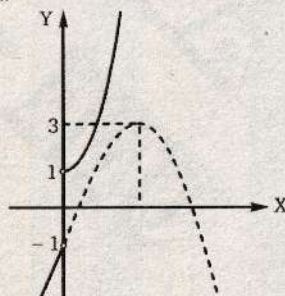
$$f(x) = x^2 + 1$$

$$* \text{ Para } x < 0: \quad f(x) = \frac{x}{-x} [(x-1)^2 + 2(-x)] = -[x^2 - 4x + 1]$$

$$f(x) = -(x-2)^2 + 3$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x > 0 \\ -(x-2)^2 + 3 & ; x < 0 \end{cases}$$

Graficando la función:

Observamos que: $\text{Ran } f = \langle -\infty; -1 \rangle \cup \langle 1; +\infty \rangle$

$$\therefore \text{Ran } f = \mathbb{R} - [-1; 1]$$

Rpta.: A

PROBLEMA 02: Un avión realiza una maniobra a velocidad supersónica, según la trayectoria:

$$2y^2 - x^2 = 48$$

Halle la menor distancia de la trayectoria al punto (6; 0)

A) 9

B) 8

C) 7

D) 6

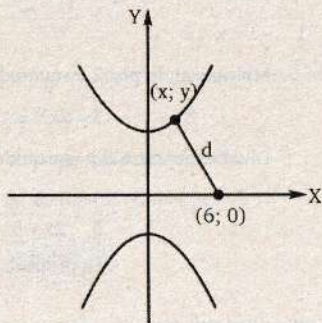
E) 5

Resolución:

De la ecuación podemos decir que:

$$\frac{y^2}{24} - \frac{x^2}{48} = 1 \quad (\text{Ecuación de la hipérbola})$$

Graficando la función tenemos:



$$d = \sqrt{(x-6)^2 + y^2}$$

Donde:

$$2y^2 - x^2 = 48$$

$$y^2 = \frac{x^2}{2} + 24$$

Reemplazando:

$$d = \sqrt{x^2 - 12x + 36 + \frac{x^2}{2} + 24}$$

$$d = \sqrt{\frac{3}{2}(x-4)^2 + 36}$$

De donde deducimos que d es mínimo cuando $x = 4$, entonces:

$$d_{\min.} = \sqrt{\frac{3}{2}(0) + 36}$$

$$\therefore d_{\min.} = 6$$

Rpta.: D

PROBLEMA 03: Determine el valor de verdad de las afirmaciones:

I. Si $x \in \langle -1; 5 \rangle \rightarrow \frac{3}{2x+5} \in \langle 0; 1 \rangle$

II. Si $x \in [0; 4) \rightarrow \sqrt{\frac{16-x}{x+2}} - \sqrt{x} + 1 > 0$

III. Si $\frac{x-1}{x+3} > x \rightarrow x < -3$

A) FVV

B) FVF

C) FFV

D) FFF

E) VVV

Resolución:

Analicemos cada proposición:

I. $-1 < x < 5$

Multiplicando por 2 y sumando 5 tenemos:

$$3 < 2x + 5 < 15$$

Dividiendo entre 3 y aplicando el recíproco tenemos:

$$\frac{1}{5} < \frac{3}{2x+5} < 1$$

La proposición es verdadera.

II. $0 \leq x < 4$

Sumando 2: $2 \leq x + 2 \leq 6$

Según el recíproco y multiplicando por 18 tenemos:

$$3 \leq \frac{18}{x+2} \leq 9$$

Restando 1: $2 \leq \frac{18}{x+2} - 1 \leq 8$

Raíz cuadrada: $\sqrt{2} \leq \sqrt{\frac{16-x}{x+2}} \leq \sqrt{8} \dots\dots(1)$

Además: $0 \leq \sqrt{x} < 2$

Multiplicando por -1 y sumando 1

$$-1 < -\sqrt{x} + 1 \leq 1 \dots\dots\dots(2)$$

Sumando los intervalos tenemos que:

$$\sqrt{2} - 1 < \sqrt{\frac{16-x}{x+2}} - \sqrt{x} + 1 \leq \sqrt{8} + 1$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{16-x}{x+2}} - \sqrt{x+1} > 0$$

La proposición es verdadera.

III. $\frac{x-1}{x+3} > x$

Esto implica: $\frac{x-1}{x+3} - x > 0$

Resolviendo: $\frac{x-1-x^2-3x}{x+3} > 0$

$$\frac{-(x^2+2x+1)}{x+3} > 0$$

$$\frac{-(x+1)^2}{x+3} > 0$$

Como $(x+1)^2 \geq 0$ podemos afirmar que necesariamente:

$$x+3 < 0 \rightarrow x < -3$$

La proposición es verdadera.

∴ La secuencia correcta es VVV

Rpta.: E

PROBLEMA 04: Dada la expresión: $\sqrt{a^2 + \sqrt{b}} = a + b$

Determinar el valor de verdad de las afirmaciones:

I. No existen números enteros que satisfagan la expresión.

II. Si $b \in (0; 1)$, entonces $a < 0$.

III. Si $b \neq 0$; entonces $a = \frac{\sqrt{b}}{2b} - \frac{b}{2}$

A) FVV

B) FFF

C) FFF

D) VVV

E) VVV

Resolución:

Del dato: $\sqrt{a^2 + \sqrt{b}} = a + b \dots\dots\dots(1)$

Elevando al cuadrado, obtenemos:

$$a^2 + \sqrt{b} = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\sqrt{b} = b(b+2a) \dots\dots\dots(2)$$

Analizando las afirmaciones tenemos:

I. Si $b = 0$, al reemplazar en la ecuación (1) tenemos:

$$\sqrt{a^2} = a \leftrightarrow |a| = a$$

Donde: si $b = 0 \rightarrow a \in \mathbb{R}_0^+$

Entonces: $\exists a, b \in \mathbb{Z}$ que satisfacen la ecuación (1).

La proposición es falsa.

II. En (2) despejamos a .

Además: $0 < b < 1$

$$a = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{b}} - b \right)$$

Como: $\frac{1}{b} > 1 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{b}} > 1 > b$

De donde: $\frac{1}{\sqrt{b}} - b > 0$

Entonces: a es positivo.

La proposición es falsa.

III. En la ecuación (2) despejamos a , considerando $b \neq 0$, entonces:

$$\sqrt{b} = b^2 + 2ab$$

$$\sqrt{b} - b^2 = 2ab$$

$$a = \frac{\sqrt{b}}{2b} - \frac{b}{2}$$

La proposición es verdadera.

$\therefore$ La secuencia correcta es FFV.

Rpta.: B

PROBLEMA 05: Sea la función: $f(x) = 4 + \frac{3}{4 - 3^{\sin x}}$

definida en el intervalo $(260^\circ; 360^\circ]$. Entonces los valores máximo y mínimo de la función, son respectivamente:

A) -1 y 5

B) -1 y 0

C) $\frac{37}{11}$ y 5

D) 5 y 7

E) $\frac{53}{11}$ y 5

Resolución: Formamos la función a partir del dato:

$$260^\circ < x \leq 360^\circ$$

Por definición del sen x podemos decir:

$$-1 \leq \sin x \leq 0$$

Luego $3^{\sin x}$ es creciente para:

$$-1 \leq \sin x \leq 0$$

Entonces, decimos: $\frac{1}{3} \leq 3^{\sin x} \leq 1$

Multiplicando por -1 y sumando 4 :

$$3 \leq 4 - 3^{\sin x} \leq \frac{11}{3}$$

Tomando el recíproco y multiplicando por 3 , tenemos:

$$\frac{9}{11} \leq \frac{3}{4 - 3^{\sin x}} \leq 1$$

Sumando 4 :

$$\frac{53}{11} \leq 4 + \frac{3}{4 - 3^{\sin x}} \leq 5$$

Entonces:

$$\frac{53}{11} \leq f(x) \leq 5$$

$$\therefore f(x)_{\max} = 5 \wedge f(x)_{\min} = \frac{53}{11}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 06: El mínimo entero m tal que: $(xy - 7x + 9y - 63)^m$ tenga al menos 1998 términos es:

A) 40

B) 41

C) 42

D) 43

E) 44

Resolución: Damos una forma conveniente a la ecuación:

$$[x(y - 7) + 9(y - 7)]^m$$

$$[(y - 7)(x + 9)]^m = (y - 7)^m (x + 9)^m$$

Para el caso de dos variables diferentes, por propiedad tenemos:

$$\text{N}^\circ \text{ términos} = (m + 1)(m + 1) \geq 1998$$

$$\text{N}^\circ \text{ términos} = (m + 1)^2 \geq 1998 ; m \in \mathbb{Z}^+$$

Extrayendo la raíz cuadrada, podemos afirmar que:

$$m + 1 \geq \sqrt{1998}$$

$$m + 1 \geq 44,6$$

$$m \geq 43,6$$

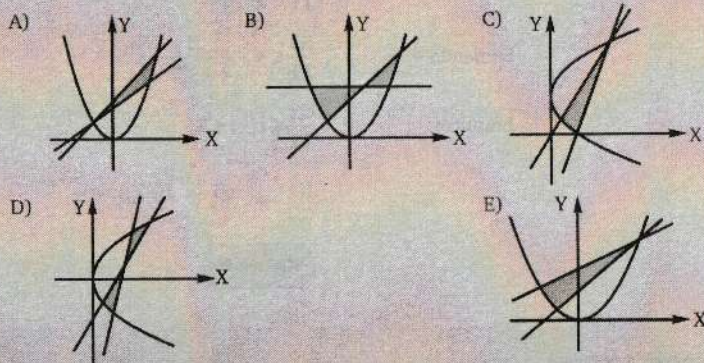
$$\therefore m_{\text{min. entero}} = 44$$

Rpta.: E

PROBLEMA 07: Dadas las siguientes inecuaciones:

$$x^2 - y < 0; \quad x + 4 < 3y; \quad y < x + 2;$$

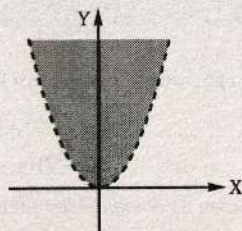
los pares (x, y) que satisfacen estas inecuaciones están representadas por la región sombreada:



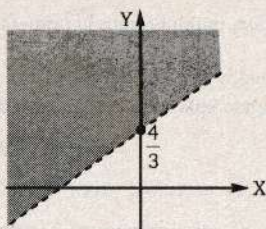
Resolución:

Graticando cada inecuación luego de despejar y , obtenemos:

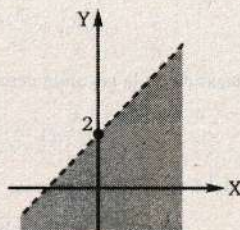
$$I. \quad y > x^2$$



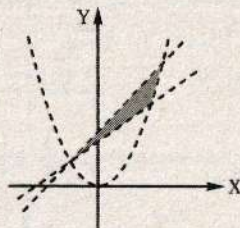
$$II. \quad y > \frac{x}{3} + \frac{4}{3}$$



III. $y < x + 2$



Intersecando las tres gráficas obtenemos:



∴ La gráfica más aproximada es la primera.

Rpta.: A

PROBLEMA 08: Al resolver, en el conjunto de los números complejos, el sistema:

$$\begin{cases} (1+i)z - w = -1-i \\ 2iz + (1-i)w = i \end{cases}$$

El valor de $\frac{z}{w}$ es:

A) $-\frac{1}{2} - \frac{i}{6}$

B) $\frac{1}{2} - \frac{i}{6}$

C) $\frac{1}{2} + \frac{i}{6}$

D) $-\frac{1}{6} + \frac{i}{2}$

E) $\frac{1}{6} - \frac{i}{2}$

Resolución:

Del dato, multiplicamos la primera ecuación del sistema por $(i+1)$, luego:

$$(1+i) \cdot [(1+i)z - w] = -(1+i)(1+i)$$

Operando aplicando propiedades de los complejos tenemos:

$$2iz - (1+i)w = -2i$$

De la 2da. ecuación: $2iz + (1-i)w = i$

Restando convenientemente, tenemos:

$$-2w = -3i$$

Luego: $\rightarrow w = \frac{3i}{2}$

Reemplazando en la segunda ecuación:

$$2iz + (1-i)\frac{3}{2}i = i$$

Aplicando propiedades tenemos:

$$2iz + \frac{3}{2}i + \frac{3}{2} = i$$

$$2iz = -\frac{3}{2} - \frac{i}{2}$$

$$\rightarrow z = \frac{3}{4}i - \frac{1}{4}$$

Nos piden: $\frac{z}{w} = \frac{\frac{3}{4}i - \frac{1}{4}}{\frac{3i}{2}}$

$$\therefore \frac{z}{w} = \frac{1}{2} + \frac{i}{6}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 09:

Sean a y b números enteros positivos pares; con estos números se forma la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} a & -b & -a \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & b \end{bmatrix}, \text{ si } \det(A+I) = 12, (I: \text{Matriz identidad}), \text{ halle el determinante}$$

de la matriz: $\begin{bmatrix} a & 2a \\ b^2 & b \end{bmatrix}$

A) -12

B) -10

C) 10

D) 12

E) 16

Resolución: Por dato: $|A + I| = 12$

Por definición de la matriz identidad de 3×3 , sabemos:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Reemplazando con el dato de la matriz A:

$$A + I = \begin{pmatrix} a & -b & -a \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+1 & -b & -a \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & b+1 \end{pmatrix}$$

Luego: $|A + I| = \begin{vmatrix} a+1 & -b & -a \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & b+1 \end{vmatrix} = 12$

Ahora aplicamos método de Gauss - Jordan.

Restando la columna 3 de la columna 2, tenemos:

$$|A + I| = \begin{vmatrix} a+1 & -b & -a+b \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & b \end{vmatrix} = 12$$

Por propiedad de menores complementarios en la 2da. fila, tenemos:

$$2 \cdot \begin{vmatrix} a+1 & -a+b \\ 1 & b \end{vmatrix} = 12$$

Operando: $2 \cdot (b(a+1) - (-a+b)) = 12$

$$2a(b+1) = 12 \rightarrow a(b+1) = 6 = 2 \cdot 3$$

Como a y b son enteros positivos y pares:

$$a = 2 \wedge b = 2$$

Nos piden: $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 4 - 16$

$$\therefore \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = -12$$

Rpta.: A

PROBLEMA 10: Sean las matrices:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad V = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$Q = \alpha U + \beta V$ donde $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Los valores de α y β para los cuales existen números p, q tales que, simultáneamente se cumple:

$$Q \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad Q \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = q \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{son:}$$

A) solamente $\alpha = \beta = 0$.B) solamente $\alpha = 0$; β : arbitrario.C) solamente $\beta = 0$; α : arbitrario.

D) No existen tales números.

E) α y β son arbitrarios.**Résolución:**

Sabemos que:

$$\alpha, \beta \in \mathbb{R} \text{ y } Q = \alpha U + \beta V$$

Operando:

$$Q = \alpha \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} + \beta \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \alpha + \beta & 2\alpha & \alpha - \beta \\ 2\alpha & 4\alpha & 2\alpha \\ \alpha - \beta & 2\alpha & \alpha + \beta \end{bmatrix}$$

Entonces aplicando las condiciones tenemos:

$$Q \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha + \beta & 2\alpha & \alpha - \beta \\ 2\alpha & 4\alpha & 2\alpha \\ \alpha - \beta & 2\alpha & \alpha + \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6\alpha \\ 12\alpha \\ 6\alpha \end{bmatrix} = p \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$p \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 6\alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow p = 6\alpha$$

También:

$$Q \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha + \beta & 2\alpha & \alpha - \beta \\ 2\alpha & 4\alpha & 2\alpha \\ \alpha - \beta & 2\alpha & \alpha + \beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\beta \\ 0 \\ -2\beta \end{bmatrix} = q \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$q \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} = 2\beta \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow q = 2\beta$$

Como α y β son reales: p y q también lo serán. $\therefore$ Existen para α y β arbitrarios.**Rpta.: E**

UNI - 2003 - I

PROBLEMA 11: Calcule el valor de:

$$K = \sqrt{\frac{a+c-5}{a-c}}; \text{ si la división } \frac{x^{21}-ax+c}{x^2-x+1} \text{ es exacta.}$$

A) 10

B) 8

C) 2

D) 6

E) 4

Resolución:

Aplicando teorema del resto en la división y considerando:

$$* \quad x^2 - x + 1 = 0$$

$$* \quad \text{Sabemos que: } x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$\rightarrow x^3 = -1$$

$$\text{En el dividendo: } D(x) \equiv (x^3)^7 - ax + c$$

$$\text{Del dato: } R(x) \equiv -1 - ax + c = 0$$

$$R(x) = -ax + (c-1) = 0$$

$$\text{Donde, tenemos: } a = 0 \wedge c = 1$$

Reemplazando en lo pedido tenemos:

$$\sqrt{\frac{a+c-5}{a-c}} = \sqrt{\frac{0+1-5}{0-1}} = \sqrt{\frac{-4}{-1}}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{a+c-5}{a-c}} = 2$$

Rpta.: C**PROBLEMA 12:** Sea la sucesión $S_0; S_1; S_2; \dots; S_k; \dots$ donde $S_0 = 49; S_1 = 7; S_2 = \sqrt{7}; \dots$;

$S_k = \frac{1}{7^{k(k-1)}}$, para $k \geq 2$. Entonces la suma de las cifras del producto de todos los términos de la sucesión será igual a:

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

Resolución:

Obteniendo la sucesión podemos afirmar que:

$$S_0 = 7^2$$

$$S_1 = 7^1$$

$$S_2 = 7^2 = 7^{1 \cdot 2}$$

$$S_3 = 7^{3 \cdot 2} = 7^{2 \cdot 3}$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$S_k = 7^{k(k-1)} = 7^{\frac{1}{(k-1)k}}; \forall k \geq 2$$

$$\vdots$$

Piden:

$$G = S_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot \dots \cdot S_k$$

Reemplazando:

$$G = 7^2 \cdot 7^1 \cdot 7^{1 \cdot 2} \cdot 7^{2 \cdot 3} \cdot \dots \cdot 7^{k(k-1)} \cdot \dots$$

Aplicando leyes de exponentes tenemos:

$$G = 7^{2+1+\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{k(k-1)} + \dots}$$

$$2+1+\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\dots+\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k-1}\right)+\dots$$

$$G = 7$$

$$G = 7^{2+1+1} = 7^4$$

$$G = 2401$$

Nos piden:

$$\Sigma \text{ cifras } (G) = 2 + 4 + 0 + 1$$

$$\therefore \Sigma \text{ cifras } (G) = 7$$

Rpta.: E**PROBLEMA 13:**

La población de venados de una región está dada por la función:

$$V(t) = -t^4 + 21t^2 + 100,$$

donde t es el tiempo en años. Entonces el intervalo de tiempo, donde ocurre la población máxima de venados es:

A) [0; 1]

B) [1; 2]

C) [2; 3]

D) [3; 4]

E) [4; 5]

Resolución:

Completando cuadrados en la ecuación planteada permitirá conocer el máximo valor entero, por ello restamos y sumamos: $\frac{441}{4}$.

Luego, tenemos:
$$V(t) = -\left(t^4 - 21t^2 + \frac{441}{4} - \frac{441}{4}\right) + 100$$

$$V(t) = -\left(t^2 - \frac{21}{2}\right)^2 + \frac{441}{4} + 100$$

$$V(t) = -\left(t^2 - \frac{21}{2}\right)^2 + \frac{841}{4}$$

De donde podemos afirmar que el valor de V es máximo cuando:

$$\left(t^2 - \frac{21}{2}\right)^2 = 0$$

Entonces:
$$t = \sqrt{\frac{21}{2}} \approx 3,24$$

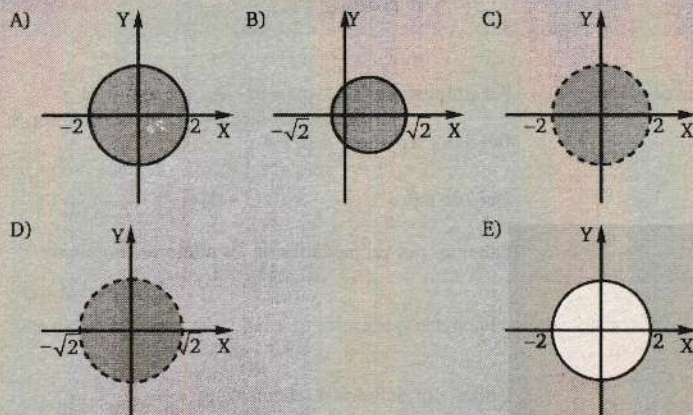
De las alternativas planteadas, podemos afirmar:

$$\therefore t \in [3; 4]$$

Rpta.: D

PROBLEMA 14: La gráfica de la siguiente desigualdad:

$$x^2 + y^2 < 2 \text{ es:}$$



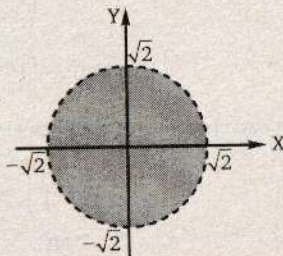
De la relación de desigualdad, tenemos:

$$x^2 + y^2 < 2 \text{ en el plano } \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

Esta desigualdad representa a una círculo sin considerar los bordes, además:

$$\text{Centro} = C_0 = (0; 0)$$

$$\text{Radio} = r = \sqrt{2}$$



Rpta.: D

PROBLEMA 15: Si: $|\bar{z}| = 4$, $\arg[z(1+i)] = \frac{\pi}{2}$, entonces el número complejo z en su forma polar es:

- A) $4\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}\right)$ B) $2\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}\right)$ C) $\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}\right)$
 D) $-\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}\right)$ E) $-2\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}\right)$

Resolución:

Por propiedad: $|\bar{z}| = |\bar{z}| \cdot |i| = |\bar{z}| = |z|$

Del dato, tenemos: $|z| = 4$

Del 2do dato: $\arg[z(1+i)] = \frac{\pi}{2}$

Sabemos por propiedades de los números complejos:

$$\arg[z(1+i)] = \arg(z) + \arg(1+i)$$

$$\arg(z) + \arg(1+i) = \frac{\pi}{2}$$

Ahora, por definición sabemos que:

$$\arg(1+i) = \frac{\pi}{4}$$

Reemplazando: $\arg(z) + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

$$\arg(z) = \frac{\pi}{4}$$

Mostramos el valor de z en su forma polar, luego:

$$\therefore z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$$

Rpta.: A

PROBLEMA 16: Sea N el número de pares de números reales $(x; y)$ que son soluciones de la ecuación: $\sqrt{y-x} + \sqrt{x-y} = x^2 + y^2$
Entonces N es igual a:

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) ∞

Resolución:

De la ecuación podemos observar que esta es irracional, luego:

Calculamos su conjunto de valores admisibles (CVA):

$$y - x \geq 0 \wedge x - y \geq 0$$

$$y \geq x \wedge x \geq y$$

$$\rightarrow x = y$$

$$CVA = \{(x; y) \in \mathbb{R} / x = y\}$$

Reemplazando en la ecuación irracional

$$\sqrt{y-y} + \sqrt{y-y} = y^2 + y^2$$

$$0 = 2y^2 \rightarrow y = 0$$

$$CS = \{(0; 0)\}$$

Nos piden N que es el número de soluciones con componentes reales:

$$\therefore N = 1$$

Rpta.: B

PROBLEMA 17: El valor de:
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}^{1000}$$
 es:

A)
$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^{1000} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \left(\frac{1}{2}\right)^{1000} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

B)
$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^{1000} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \left(\frac{1}{2}\right)^{1000} \\ 0 & 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^{1000} \end{pmatrix}$$

C)
$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^{1000} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1000}{2} & \frac{1000}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

D)
$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^{1000} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^{1000} & \frac{1000}{2^{1000}} \\ 0 & 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^{1000} \end{pmatrix}$$

E)
$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^{1000} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1000}{2} & \frac{1000}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1000}{2} \end{pmatrix}$$

Resolución:

De la definición de la matriz A podemos obtener A^{1000} de la siguiente manera:

$$A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Resolviendo vemos que la diagonal principal de la matriz queda elevada al cuadrado, de la siguiente manera:

$$A^2 = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^2 & 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ 0 & 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^2 \end{pmatrix}$$

De la misma manera podemos afirmar inductivamente:

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^2 & 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ 0 & 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^3 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^3 & 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \\ 0 & 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^3 \end{pmatrix}$$

Podemos observar que la diagonal queda elevada al cubo.

Además: Para $A \rightarrow a_{23} = \left(\frac{1}{2}\right)$ Para $A^2 \rightarrow a_{23} = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2$

Para $A^3 \rightarrow a_{23} = 3\left(\frac{1}{2}\right)^3$

Entonces: Para $A^n \rightarrow a_{23} = n\left(\frac{1}{2}\right)^n$; a_{23} = fila 2 columna 3

Luego: Para $A^{1000} \rightarrow a_{23} = 1000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{1000} = \frac{1000}{2^{1000}}$

Reemplazando este dato y la inducción inicial, tenemos que:

$$\therefore A^{1000} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{3}\right)^{1000} & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^{1000} & \frac{1000}{2^{1000}} \\ 0 & 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^{1000} \end{pmatrix}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 18: El número de raíces de la ecuación: $\sqrt{1-9x^2} = 2x\sqrt{1-9x^2}$ es igual a:

A) 0

B) 1

C) 2

D) 3

E) 4

Resolución:

Como está ecuación es irracional aplicaremos el criterio desarrollado antes.

Calculamos su conjunto de valores admisibles (CVA):

$$1-9x^2 \geq 0 \rightarrow \frac{1}{9} \geq x^2$$

$$\frac{1}{3} \geq |x| \rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \text{CVA} = \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$$

Reduciendo la ecuación inicial tenemos:

$$\sqrt{1-9x^2} \times (1-2x) = 0$$

$$\sqrt{1-9x^2} = 0 \vee 1-2x = 0$$

$$1-9x^2 = 0 \vee 1 = 2x$$

$$\frac{1}{9} = x^2 \vee \frac{1}{2} = x$$

$$x = \frac{1}{3} \vee x = -\frac{1}{3} \vee x = \frac{1}{2}$$

Ahora tenemos: $S_p = \left\{\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$

Entonces: $CS = \text{CVA} \cap S_p = \left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right] \cap \left\{\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right\}$

$$CS = \left\{\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right\}$$

$\therefore$ Se tienen solo 2 raíces.

Rpta.: C

PROBLEMA 19: Sea: $h(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$

Si definimos: $g(t) = h(t+2) - h(t-2)$, entonces se cumple que:

$$\begin{array}{lll} \text{A) } g(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ 1, & 1 < t < 2 \\ 0, & t > 2 \end{cases} & \text{B) } g(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 1 \\ 1, & 1 < t < 2 \\ 0, & t \geq 2 \end{cases} & \text{C) } g(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ 1, & 1 \leq t < 2 \\ 0, & t \geq 2 \end{cases} \\ \text{D) } g(t) = \begin{cases} 0, & t \leq -2 \\ 1, & -2 < t < 2 \\ 0, & t \geq 2 \end{cases} & & \text{E) } g(t) = \begin{cases} 0, & t < -2 \\ 1, & -2 \leq t < 2 \\ 0, & t \geq 2 \end{cases} \end{array}$$

Resolución:

De la definición de la función h tenemos que:

$$h(t+2) = \begin{cases} 1; & t+2 \geq 0 \\ 0; & t+2 < 0 \end{cases}$$

$$h(t+2) = \begin{cases} 1; & t \geq -2 \\ 0; & t < -2 \end{cases}$$

Análogamente: $h(t-2) = \begin{cases} 1; & t \geq 2 \\ 0; & t < 2 \end{cases}$

Luego, aplicando propiedades de la diferencia de funciones, tenemos:

$$g(t) = h(t+2) - h(t-2)$$

$$\therefore g(t) = \begin{cases} 0, & t < -2 \\ 1, & -2 \leq t < 2 \\ 0, & t \geq 2 \end{cases}$$

Rpta.: E

PROBLEMA 20: Halle el número de raíces que tiene la ecuación:

$$|\log_2 |x|| + x^2 - 5 = 0$$

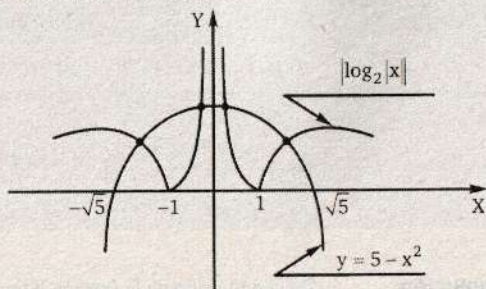
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución:

Dándole la forma conveniente a la ecuación tenemos:

$$|\log_2 |x|| = 5 - x^2$$

Graficando las funciones de cada miembro tenemos:



Podemos observar que existen cuatro puntos de intersección, entonces

∴ Existen 4 soluciones reales.

Rpta.: D**UNMSM - 2008**

PROBLEMA 21: Al dividir un polinomio $P(x)$ entre $x^2 - 1$ se obtiene $-2x + 4$ de residuo, al dividirlo entre $x^2 - x - 2$ se obtiene $8x + 14$ de residuo. Determinar el residuo que se obtendría al dividir $P(x)$ entre $x^3 - 2x^2 - x + 2$

A) $10x^2 - 2x - 6$

B) $10x^2 + 2x + 6$

C) $-10x^2 - 2x + 6$

D) $-10x^2 + 6x - 2$

E) $10x^2 + 6x - 2$

Resolución:

De los datos y aplicando definición de la división:

$$P(x) = (x^2 - 1)q_1(x) - 2x + 4$$

$$P(x) = (x + 1)(x - 1)q_1(x) - 2x + 4$$

$$P(x) = (x^2 - x - 2)q_2(x) + 8x + 14$$

$$P(x) = (x - 2)(x + 1)q_2(x) + 8x + 14$$

$$P(x) = (x^3 - 2x^2 - x + 2)q_3(x) + R$$

$$P(x) = (x - 1)(x + 1)(x - 2)q_3(x) + Ax^2 + Bx + C$$

Para: $x = 1 \rightarrow P(1) = 2 = A + B + C \dots\dots\dots(1)$
 $x = -1 \rightarrow P(-1) = 6 = A - B + C \dots\dots\dots(2)$
 $x = 2 \rightarrow P(2) = 30 = 4A + 2B + C \dots\dots\dots(3)$

Restando (2) y (1): $4 = -2B \rightarrow B = -2$

Restando (3) y (1), además de reemplazar el valor de B:

$$28 = 3A - 2 \rightarrow A = 10$$

Reemplazando (1): $2 = 10 - 2 + C \rightarrow C = -6$

Reemplazando los valores en R, tenemos:

$$\therefore R = 10x^2 - 2x - 6$$

Rpta.: E

PROBLEMA 22: Dado $A = \{x \in \mathbb{Z} / |x| \geq 4\}$. Sean f y g funciones de A en $\mathbb{R}$ definidas por:

$$f(x) = x^2 - 3 \text{ y } g(x) = \sqrt{1-x} + 1.$$

Hallar la intersección del rango de f con el dominio de g .

- | | | |
|--------------------|---------------------|-------------------|
| A) $\{0; -2; -3\}$ | B) $\{-3; -2; -1\}$ | C) $\{1; 2; 3\}$ |
| D) $\{-3; -2; 1\}$ | | E) $\{-1; 0; 1\}$ |

Resolución: Por condición: $|x| \leq 4 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 4$

Redefiniendo al conjunto A tenemos:

$$A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$$

I. Como f se define en A :

$$\text{Ran}(f) = \{f(-4); f(-3); f(-2); \dots\dots; f(3); f(4)\}$$

$$\text{Ran}(f) = \{13; 6; 1; -2; -3; -2; 1; 6; 13\}$$

$$\text{Ran}(f) = \{13; 6; 1; -2; -3\}$$

II. Por existencia, la función g verifica que:

$$1 - x \geq 0$$

$$x \leq 1$$

Como g se define en A :

$$\text{Dom}(g) = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1\}$$

Finalmente tenemos:

$$\therefore \text{Ran}(f) \cap \text{Dom}(g) = \{-3; -2; 1\}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 23: Determinar la suma de todos los valores reales de a , de modo que el sistema:

$$\begin{cases} 6x - ay = x \\ 2x + 3y = ax \end{cases}$$

tenga infinitas soluciones:.

A) 1

B) -1

C) 0

D) 2

E) -2

Resolución:

De las ecuaciones tenemos que:

$$6x - ay = y$$

$$\Rightarrow 6x = (a+1)y$$

$$2x + 3y = ax$$

$$\Rightarrow (2-a)x = -3y$$

Para que el sistema tenga infinitas soluciones se debe cumplir:

$$\frac{6}{2-a} = \frac{a+1}{-3}$$

$$\Rightarrow -18 = -a^2 + a + 2$$

$$a^2 - a - 20 = 0$$

Para encontrar la suma de raíces podemos aplicar el teorema de Cardano.

$$\Sigma \text{ raíces} = -\frac{(-1)}{1}$$

$$\therefore \Sigma \text{ raíces} = 1$$

Rpta.: A

PROBLEMA 24: La suma de todos los números enteros positivos que satisfacen simultáneamente las inecuaciones:

$$\begin{cases} \frac{n}{5} + 14 \leq \frac{3n + 24}{2} \\ \frac{n + 1}{4} - 29 \leq -10 \end{cases}$$

A) 2849

B) 2848

C) 2850

D) 2949

E) 2948

Resolución:

Multiplicando la primera inecuación por 10:

$$2n + 140 \leq 15n + 120$$

$$20 \leq 13n \rightarrow \frac{20}{13} \leq n$$

Multiplicando la segunda inecuación por 4:

$$n + 1 - 116 \leq -40$$

$$n \leq 75$$

Para que exista solución, intersecamos ambas expresiones, entonces:

$$\frac{20}{13} \leq n \leq 75$$

Pero, por dato solo se admiten valores enteros, luego:

$$n = 2; 3; 4; 5; \dots; 75$$

Nos piden la sumatoria de dichos valores:

$$S = 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 75$$

Aplicando propiedad:

$$S = \frac{75 \cdot 76}{2} - 1 = 75 \cdot 38 - 1$$

$$\therefore S = 2849$$

Rpta.: A

PROBLEMA 25: Si a, b y c son las soluciones no negativas de la ecuación: $||x - 3| - 5| = 2$, entonces el valor de $a + b + c$ es:

A) 12

B) 16

C) 6

D) 2

E) 10

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 03

Resolución: De la ecuación: $||x-3|-5|=2$

Por definición de valor absoluto, podemos afirmar:

$$|x-3|-5=2 \vee |x-3|-5=-2$$

$$|x-3|=7 \vee |x-3|=3$$

Volvemos a aplicar la definición y tenemos:

$$x-3=7 \vee x-3=-7 \vee x-3=3 \vee x-3=-3$$

De donde podemos obtener las soluciones de la ecuación:

$$x_1=10 \vee x=-4 \vee x=6 \vee x=0$$

Pero, nos piden las soluciones no negativas, entonces:

$$a=10; b=6; c=0$$

Nos piden: $a+b+c=10+6+0$

$$\therefore a+b+c=16$$

Rpta.: B

PROBLEMA 26: Determinar la suma de los cuadrados de las soluciones de la ecuación:

$$x^2 + 2x - 2|x+1| = 2$$

A) 10

B) 20

C) 22

D) 34

E) 24

Resolución: Sumando 1 miembro a miembro y ordenando convenientemente:

$$(x^2 + 2x + 1) - 2|x+1| = 3$$

Recordar que: $(x+1)^2 = |x+1|^2$

Entonces: $|x+1|^2 - 2|x+1| - 3 = 0$

$$\begin{array}{l} |x+1| \\ |x+1| \end{array} \begin{array}{l} -3 \\ +1 \end{array}$$

Luego tenemos: $(|x+1|-3)(|x+1|+1) = 0$

Pero, recordemos: $|x + 1| \geq 0$

Entonces: $|x + 1| + 1 > 0$

Simplificando: $|x + 1| - 3 = 0$

$$|x + 1| = 3$$

Por definición del valor absoluto, tenemos:

$$x + 1 = 3 \quad \vee \quad x + 1 = -3$$

Operando encontramos que las soluciones son:

$$x_1 = 2 \quad \vee \quad x_2 = -4$$

Nos piden la suma de los cuadrados:

$$x_1^2 + x_2^2 = (2)^2 + (-4)^2 = 4 + 16$$

$$\therefore x_1^2 + x_2^2 = 20$$

Rpta.: B

PROBLEMA 27: Si: $f(x) = e^{2x} + e^{-2x} + a$ y $f(0) = 4$, hallar el rango de f .

A) $[2; \infty)$

B) $[-4; \infty)$

C) $[-2; \infty)$

D) $[4; \infty)$

E) $[6; \infty)$

Resolución:

De la función: $f(x) = e^{2x} + e^{-2x} + a$

Reemplazando el valor de $x = 0$, tenemos:

$$f(0) = e^{2(0)} + e^{-2(0)} + a = 4$$

$$2 + a = 4 \rightarrow a = 2$$

Luego, la función queda expresada así:

$$f(x) = e^{2x} + e^{-2x} + 2$$

Pero, por definición de trinomio cuadrado perfecto:

$$f(x) = (e^x + e^{-x})^2$$

Como $x \in \mathbb{R}$: $e^x > 0$

Por propiedad de la suma de un número positivo y su recíproco:

$$e^x + e^{-x} \geq 2$$

Elevando al cuadrado ambos miembros, tenemos:

$$(e^x + e^{-x})^2 \geq 2^2$$

$$\Rightarrow f(x) \geq 4$$

$$\therefore \text{Ran}(f) = [4; +\infty)$$

Rpta.: D

CATÓLICA - 2008 - II

PROBLEMA 28: Si $x + y = 2$, halle el máximo valor que asume xy .

A) 2,5

B) 2,0

C) 1,5

D) 1,0

E) 0,5

Resolución:

Según la equivalencia de Legendre se plantea que:

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4(xy)$$

Observa que si (xy) es máximo se necesita que $(x - y)^2$ sea mínimo y esto es:

$$(x - y)^2 = 0$$

$$(x + y)^2 - 0 = 4(xy)_{\text{máx}}$$

$$(x + y)^2 = 4(xy)_{\text{máx}}$$

Por condición:

$$x + y = 2, \text{ luego tenemos:}$$

$$4(xy)_{\text{máx}} = 4$$

$$\therefore (xy)_{\text{máx.}} = 1$$

Rpta.: D

PROBLEMA 29: Si $r_1 = 3$ y $r_{n+1} = r_n + \frac{3}{10^n}$

Entonces: $r_{10} - r_8$ es:

A) 0,0000003

B) 0,00000033

C) 0,00000003

D) 0,000000033

E) 0,0000000033

Resolución:

De la regla de correspondencia, damos valores a n , luego:

$$r_{n+1} = r_n + \frac{3}{10^n}$$

Para $n = 1$: $r_2 = r_1 + \frac{3}{10^1} = 3 + 0,3 = 3,3$ (r_2 : tiene 2 cifras)

Para $n = 2$: $r_3 = r_2 + \frac{3}{10^2} = 3,3 + 0,03 = 3,33$ (r_3 : tiene 3 cifras)

Para $n = 3$: $r_4 = r_3 + \frac{3}{10^3} = 3,33 + 0,003 = 3,333$ (r_4 : tiene 4 cifras)

Aquí reconocemos que:

$$r_{10} = 3,333...33 \text{ (Tiene 10 cifras)}$$

$$r_8 = 3,333...33 \text{ (Tiene 8 cifras)}$$

Restando, podemos observar que las primeras 8 cifras son ceros, entonces:

$$\therefore r_{10} - r_8 = 0,000000033$$

Rpta.: D

PROBLEMA 30: En el conjunto de los números reales, sean:

A el conjunto solución de $2x - 3 < 5 + 3x$, y

B el conjunto solución de $4x - 5 > x + 7$.

En la recta real, la representación gráfica de $A - B$ es:



BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 03

Resolución: De la primera desigualdad tenemos:

$$2x - 3 < 5 + 3x$$

$$\rightarrow x > -8$$

$$A = (-8; +\infty)$$

De la segunda desigualdad tenemos:

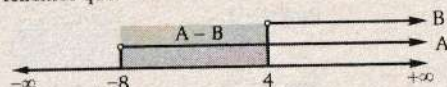
$$4x - 5 > x + 7$$

$$3x > 12$$

$$\rightarrow x > 4$$

$$B = (4; +\infty)$$

Graficando lo pedido tenemos que:



Entonces podemos afirmar que $A - B$ es: $(-8; 4]$

∴ De las alternativas escogemos la cuarta.

Rpta.: B

PROBLEMA 31: En la expresión: $y = \frac{1-x}{x^2}$

Indique cuáles de las afirmaciones son ciertas:

- 1) Si x es positivo mayor que 1, y es negativo.
- 2) Si x es menor que cero, y es positivo.
- 3) Cuando x crece, y decrece.

A) Sólo 1 y 2

B) Sólo 1

C) Sólo 2

D) Sólo 1 y 3

E) Todas

Resolución: 1) Por condición: $1 < x$

$$x < x^2$$

$$\frac{1}{x^2} < \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} < 0$$

$$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_y < 0$$

La afirmación es cierta.

2) Por condición: $x < 0$

Aquí reconocemos fácilmente que $\frac{1}{x^2}$ y $\frac{1}{-x}$ son positivos, luego:

$$y = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{-x}$$

$$y = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} > 0$$

La afirmación es cierta.

3) En la expresión: $y = \frac{1-x}{x^2}$

$$\text{Si } x = 2 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Si } x = 3 \Rightarrow y = -\frac{2}{9}$$

En este caso notamos que si "x" aumenta, "y" aumenta.

Esta afirmación no es cierta.

$\therefore$ Son ciertas 1 y 2

Rpta.: E

PROBLEMA 32: El polinomio por el cual hay que dividir $x^3 - 2$ para obtener $(x - 3)$ como cociente y $8x + 1$ como residuo es:

A) $x^2 + 3x + 1$

B) $x^2 - 3x + 1$

C) $x^2 + 3x - 1$

D) $x^2 - 3x + 2$

E) $x^2 - 3x - 2$

Resolución:

Aplicando la identidad de la división:

$$x^3 - 2 \equiv d(x)(x - 3) + 8x + 1$$

$$\frac{x^3 - 8x - 3}{x - 3} \equiv d(x)$$

Efectuando la división según la regla de Ruffini tenemos:

	1	0	-8	-3
3		3	9	3
	1	3	1	0

$$\therefore d(x) \equiv x^2 + 3x + 1$$

Rpta.: A

PROBLEMA 33: Dos hermanos reúnen su propina para comprar una pelota, el hermano mayor da $\frac{a}{b}$ del valor de la pelota y el otro el resto que es "d" soles. ¿Cuánto vale la pelota?

A) $\frac{bd}{b+a}$ soles

B) $\frac{b-a}{d}$ soles

C) $\frac{(b-a)d}{b}$ soles

D) $\frac{bd}{b-a}$ soles

E) $\frac{b-a}{d}$ soles

Resolución:

Del dato:

P = Valor de la pelota.

$$\text{Mayor} = \frac{aP}{b}$$

$$\text{Falta} = P - \frac{a}{b}P = P\left(1 - \frac{a}{b}\right)$$

Menor = d

$$d = P\left(1 - \frac{a}{b}\right) = P\left(\frac{b-a}{b}\right)$$

Despejando el valor de P tenemos:

$$\therefore P = \frac{bd}{b-a}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 34: Se tienen dos números x e y, siendo x el mayor e y el menor. El número menor restado de a es igual al número mayor. Si el número mayor se divide por el menor, el cociente es b y el resto es c. Determine el sistema de ecuaciones para resolver este problema

A) $x + y = a$; $x - by = c$

B) $x - y = a$; $x - by = c$

C) $x + y = a$; $x = y(b+c)$

D) $x - y = a$; $x = y(b+c)$

E) $x - a = y$; $x + c = by$

Resolución:

De los enunciados podemos decir:

$$a - y = x \rightarrow a = x + y$$

Además:

$$D = d \cdot q + r$$

$$x = y \cdot b + c$$

Entonces, el sistema pedido sería:

$$\therefore \begin{cases} x + y = a \\ x - by = c \end{cases}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 35: La longitud de una cartulina rectangular es el doble de su ancho, de cada esquina se cortan trozos cuadrados, de 2 cm de lado, de modo que al doblar los lados hacia arriba se forma una caja. Si el volumen de la caja es de 60 cm^3 . ¿Cuáles fueron las dimensiones originales de la cartulina?

Al resolver este problema se llega a la siguiente ecuación, donde x es el ancho de la cartulina.

A) $x^2 - 6x - 7 = 0$

B) $2x^2 - 6x - 7 = 0$

C) $x^2 - 2x - 22 = 0$

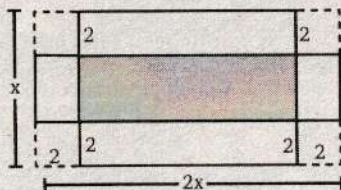
D) $x^2 - 2x - 7 = 0$

E) $x^2 - 6x - 22 = 0$

Resolución:

De los datos: Ancho = x ; Largo = $2x$ (Para la cartulina).

Para una mejor comprensión, graficamos el enunciado así:



El volumen de un paralelepípedo está dado por:

$$V = (\text{Área Base}) \cdot (\text{Altura}) = 60$$

Donde:

$$\text{Área Base} = \text{Largo} \cdot \text{Ancho}$$

Del gráfico:

$$\text{Largo} = 2x - 4$$

$$\text{Ancho} = x - 4$$

$$\text{Altura} = 2$$

Reemplazando:

$$V = 2(x - 2)(x - 4)(2) = 60$$

$$(x - 2)(x - 4) = 15$$

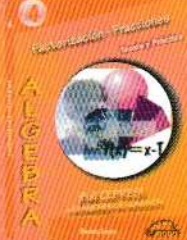
$$x^2 - 6x + 8 = 15$$

Nos piden la ecuación que sería:

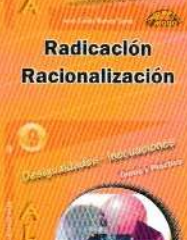
$$\therefore x^2 - 6x - 7 = 0$$

Rpta.: D

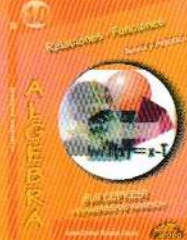
Factorización - Fracciones



**Radicación
Racionalización**



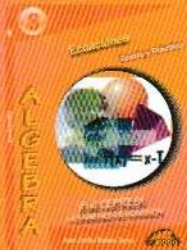
Relaciones - Funciones



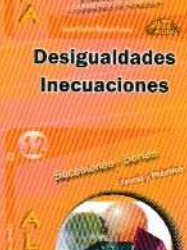
**Función Exponencial
Logaritimación**



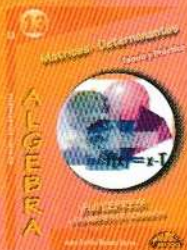
**Desigualdades
Inecuaciones**



Ecuaciones



Matrices - Determinantes



Sistema de Ecuaciones



Sucesiones - Series

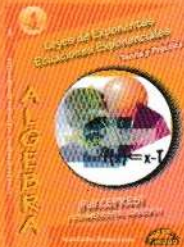


**Programación Lineal
Gráfica de Relaciones**

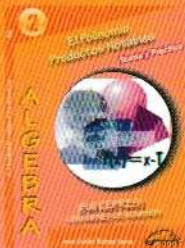


**FONDO EDITORIAL
ARODÓ**

TEMARIO ALGEBRA



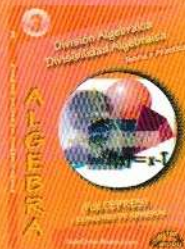
Leyes de Exponentes
Ecuaciones Exponenciales



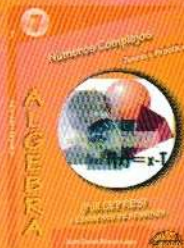
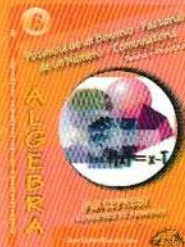
El Polinomio
Productos Notables



Potencia de un Binomio
Factorial de un Número
Combinatoria



División Algebraica
Divisibilidad Algebraica



Números Complejos

